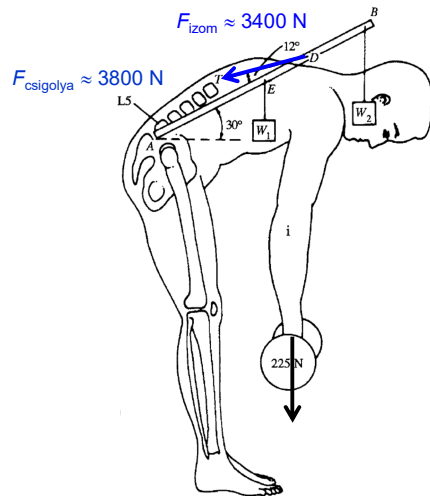


A biofizika fizikai alapjai

3. előadás 2022. 09. 12.

Orosz Ádám

Mechanika – Dinamika és statika



1. Impulzus
2. Kölcsönhatások
3. Newton 1. törvénye
4. Erő
5. Newton 2. és 3. törvénye
6. Alakváltozás
7. Nyomás
8. Erőfajták és erőtvények
 - gravitációs erő
 - nehézségi erő
 - súlyerő
 - rugóerő
 - súrlódási erő

1

Dinamika

Newton: a **mozgás** természetes állapot.

Hogyan jellemezhetjük egy tárgy mechanikai **mozgásállapotát**?



$$v = 10 \text{ km/h} = 2,78 \text{ m/s}$$

$$m = 20\,000 \text{ kg}$$



$$v = 10 \text{ km/h} = 2,78 \text{ m/s}$$

$$m = 8 \text{ kg} + ???$$



$$v = 4320 \text{ km/h} = 1200 \text{ m/s}$$

$$m = 0,005 \text{ kg}$$

$$\text{Impulzus (p): } p = m \cdot v \quad \left(\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

vektor

Jelölésére legtöbbször a p (vagy I) betűt használjuk (latin *pello* „lök, mozdít”).

Egy zárt rendszeren belül **megmaradó mennyiség**.

Egy test **impulzusa (lendülete) haladó (transzlációs) mozgását** jellemzi.

2

Dinamika

A dinamika új kérdést vet fel: Mi az **oka** a **mozgás- és alakváltozásoknak**?



Válasz:
A vizsgált test
kölcsönhatása más
testekkel!

3

Newton 1. törvénye/ a tehetetlenség elve

Az **impulzus megmaradó mennyiség** (impulzus megmaradás).

Minden test nyugalomban marad, vagy egyenes vonal mentén egyenletesen mozog mindaddig, amíg más test ennek megváltoztatására nem kényszeríti.



A korong mindaddig nyugalomban marad, amíg egy erő mozgásállapotának megváltoztatására nem kényszeríti.



A korong mozgásállapota megváltozik, mert egy rá ható erő felgyorsítja.



A korong mindaddig tovább siklik, amíg egy erő le nem fékezi.

Emlékeztető: A nyugalmi állapot és az egyenes vonalú egyenletes mozgás különbsége az inerciarendszertől függ.

A kölcsönhatások különböző erősségűek lehetnek. Szükségünk van egy olyan mennyiségre, ami leírja a **kölcsönhatás erősségét** → „Erő”.

4

Erő



Minél erősebb a kölcsönhatás, annál erősebben gyorsul a korong \Rightarrow az új mennyiségnek, az erőnek (F) a **gyorsulással arányosnak** kell lennie:

$$F \sim a$$



Különböző tömegű bowling golyók elhajításánál tapasztalhatjuk, hogy ha a dobást ugyanakkora erővel végezzük, a könnyebb golyót jobban fel tudjuk gyorsítani, mint a nehezebbet. Ahhoz, hogy a nehezebb golyó esetében azonos gyorsulást érijünk el, nagyobb erőt kell kifejtenünk. \Rightarrow az új mennyiségnek, az erőnek (F) a **tömeggel is arányosnak** kell lennie:

$$F \sim m$$

$$\text{Erő (F): } F = m \cdot a \quad \left(\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \right)$$

vektor

$$\text{és } F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} = \text{N} \right)$$

Newton

- Az erő iránya mindig megegyezik a gyorsulás irányával.

5

Newton 2. törvénye/ a dinamika alaptörvénye

Az **impulzus megváltoztatásához erő** (F) szükséges.

Amennyiben egyszerre több erő is hat a vizsgált testre, ezeket az erőket (vektoriálisan) összeadhatjuk, így megkapjuk az **eredő erőt**:

$$F_1 + F_2 + F_3 + \dots = \sum F = ma$$

Megjegyzés:

A számolási feladatokban csak olyan helyzetekkel dolgozunk majd, ahol az erők egy egyenes mentén hatnak. Így a vektoriális összeadás +/- műveletekre egyszerűsödik.

Különleges eset: **egyensúly**

$$\sum F = 0 \Rightarrow a = 0, \text{ vagyis a test nyugalomban van } (v = 0) \text{ vagy egyenletes mozgást végez } (v = \text{áll.}).$$

Newton 1. törvénye tehát a 2. törvény speciális esete.

Statika: eredő erő nulla, és a test nyugalomban van

6

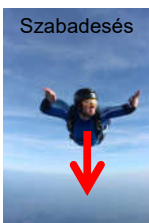
Alkalmazás: Nehézségi erő

Szabadesés esetén $a = g$ Tehát $F = m \cdot a = m \cdot g$ erőnek kell hatnia a testre.

\Rightarrow

$$\text{Nehézségi erő (F}_{neh}): F_{neh} = m \cdot g$$

- A nehézségi erő a Föld gravitációs terében minden testre hat, függetlenül attól hogy a test teljesen vagy részlegesen szabadon esik, vagy lebeg, esetleg valahol pihen.



Szabadesés

Minden esetben ugyanakkora nehézségi erő fejti ki hatását, a mozgásváltozások azonban különbözőek! Ugyanis további erők is hatnak a testekre.

7

Gyakorlás

Elemezzük az erőket az alábbi esetekben:

↑
önkéntesen kiválasztott pozitív irány

Szabadesés

előfeltétel: szabadesés

$a = g$

$\sum F = F_{neh}$

Nem szabadesés!

előfeltétel: A férfi gyorsul, de gyorsulása kisebb mint g .

$a < g$

$\sum F = F_{neh} - F_L = ma$

$F_L < F_{neh}$

előfeltétel: egyenletes mozgás ($v = \text{áll.}$)

$a = 0$

$\sum F = F_{neh} - F_L = 0$

$F_{neh} = F_L$

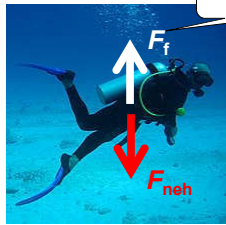
légellenállás

8

Gyakorlás

Elemezzük az erőket az alábbi esetekben:

+
önkéntesen kiválasztott pozitív irány



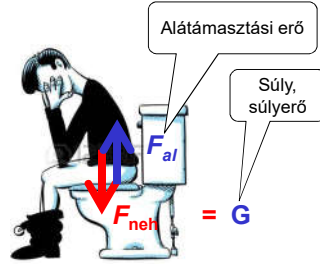
felhajtóerő

előfeltétel:
lebegés
($v = 0$)

$$a = 0$$

$$\sum F = F_{neh} - F_f = 0$$

$$F_{neh} = F_f$$



$$v = 0$$

$$a = 0$$

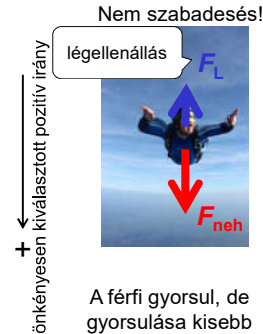
$$\sum F = G - F_{al} = 0$$

$$F_{neh} = F_{al} = G = mg$$

9

Feladat

1. feladat: Mekkora a férfi gyorsulása, ha $m = 80$ kg és $F_L = 720$ N?



A férfi gyorsul, de
gyorsulása kisebb
mint g .

$$a < g$$

$$\sum F = F_{neh} - F_L = ma$$

$$F_L < F_{neh}$$

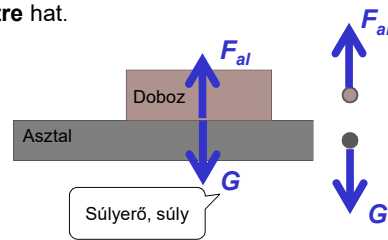
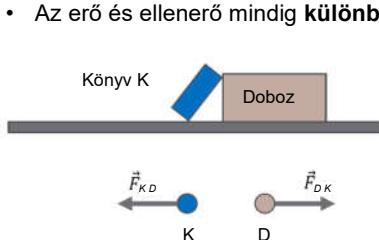
2. feladat: A férfi ($m = 80$ kg) $a = 2,5$ m/s² gyorsulással esik. Mekkora a légellenállás?

10

Newton 3. törvénye / a kölcsönhatás törvénye

- Ha két test **kölcsönhatásba** lép egymással, **mindketten erőt fejtenek ki a másikra**.
- Az egymásra kifejtett **erők nagysága ugyanaz, de ellentétes irányba** mutatnak: $F = -F_{ellen}$

- Az **erők** tehát **mindig párosan** lépnek fel, így erő-ellenelő (hatás-ellenhatás) párokat alkotnak.
- Az erő és ellenelő mindig **különböző testre** hat.



Egyensúlyban: $G = mg$

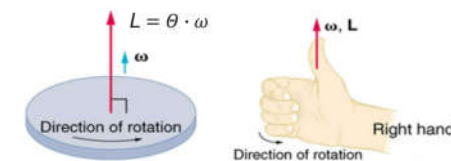
11

Newton törvényei forgó mozgás esetében

Hogyan jellemezhetjük egy **forgó test mozgásállapotát**?

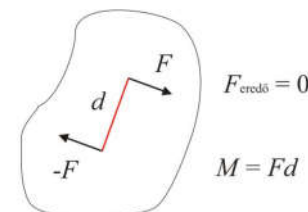
Impulzusmomentum (perdület) (L): $L = \theta \cdot \omega$ $\left(\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right)$

vektor



I. $\theta \cdot \omega = \text{állandó}$ (perdület megmaradás; lásd: **forgó jégplátó**)

II. Megváltoztatásához **forgatónyomaték** (M) szükséges $\frac{\Delta \theta \omega}{\Delta t} = M$



Egyensúly csak akkor, ha $F_{eredő} = 0$ és $M_{eredő} = 0$ egyszerre teljesül.

Ekkor: $m \cdot v = \text{állandó}$ és $\theta \cdot \omega = \text{állandó}$

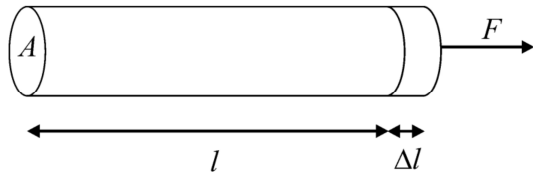
12

Alakváltozás

Az **erő alakváltozást** (deformációt) is eredményezhet.

A legegyszerűbb alakváltozás a **megnyúlás**.

relatív megnyúlás: $\Delta l/l$



Hooke-törvény

$$F = AE \frac{\Delta l}{l}$$

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta l}{l}$$

F/A a **mechanikai feszültség** vagy **húzófeszültség** (σ [Pa]),
de lehet **nyomófeszültség** vagy **nyomás** (p [Pa])

Az együttható: **rugalmassági**, vagy **Young modulus** (E [Pa])

Pl.: **Kollagén rost** 0,3–2,5 GPa, **csont** 10–20 GPa

Általánosabban - **összenyomás**: $\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V}$

K a **kompressziómodulus**,

$1/K = \kappa$ a **kompresszibilitási együttható** (pl. $\kappa_{\text{acél}} = 0,006 \text{ GPa}^{-1}$)

13

Nyomás

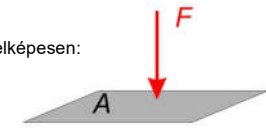


- Egy test deformációja nem csak a rá ható erőtlől függ, hanem attól is, hogy mekkora felületet ér az erőhatás.
- Az erő önmagában nem mindig elegendő a kölcsönhatás leírására. Egy új mennyiségre van szükségünk, ami a felületet is figyelembe veszi. → „nyomás”.

$$\text{nyomás (p): } p = \frac{F}{A} \left(\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \right)$$

Pascal

jelképesen:



valójában:



(egyenletes eloszlás)

Egyéb gyakran használt mértékegységek:
bar (bar) = 100 kPa, atmoszféra (atm) = 101, 325 kPa,
higanymilliméter (mmHg) = 133,3 Pa

14

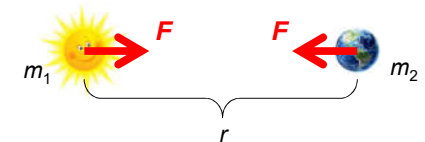
Amikor az eddigi leírás nem elegendő

- Fénysebességhez közeli sebességeknél
→ **speciális relativitáselmélet**
- Atomi méretű testek esetén
→ **kvantummechanika**
- Nem inerciarendszerben (pl. gyorsuló repülőgép) más alakú egyenletek kellenek

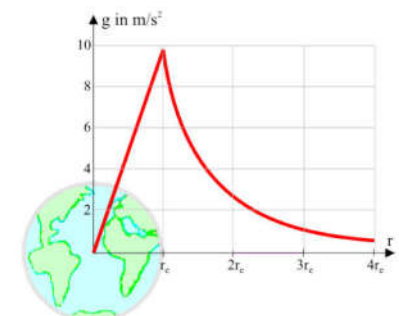
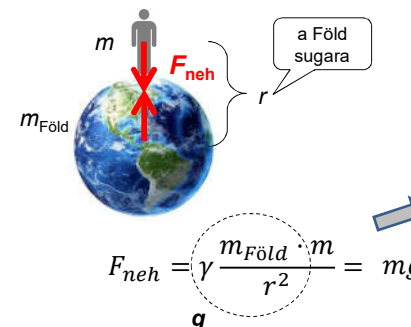
Különleges erők és erőtvényeik – gravitációs erő és a gravitáció törvénye

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Gravitációs állandó



Nehézségi erő a Földön:



15

16

Különleges erők és erőtvényeik – rugóerő és a Hooke-törvény

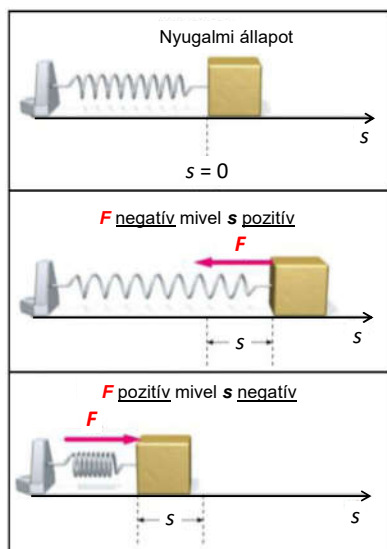
Egy erőhatás (kölsönhatás) eredménye nem csak mozgásváltozás hanem alakváltozás (deformáció) is lehet.

$$F = -D \cdot s$$

rugóállandó
(N/m)

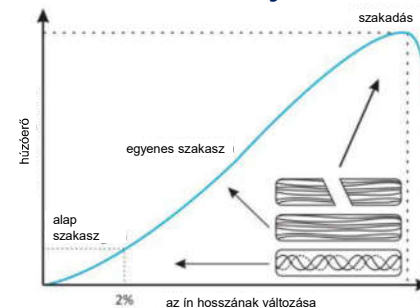
A rugó tulajdonságaitól (anyag,
geometria) függ.

- Ezt az erőt **visszatérítő erő**nek is nevezik.



17

Az ínak és szalagok biomechanikája

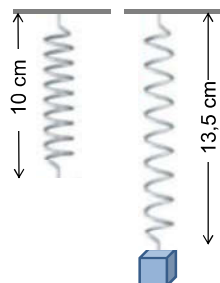


➔ A Hooke-törvény közelítőleg érvényes az Achilles-ínra, amelyet ezért egy rugóval modellezhetünk.

A 10 cm-es Achilles-ín 2%-os megnyúlásához 1200 N erőre van szükség. Számítsa ki az ín rugóállandóját!

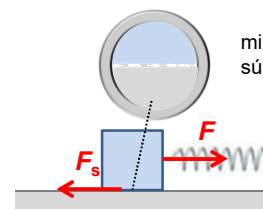
18

Feladat



Az ábrán látható rugó rugóállandója 500 N/m. Számítsa ki a rá helyezett súly tömegét!

Különleges erők – súrlódási erő

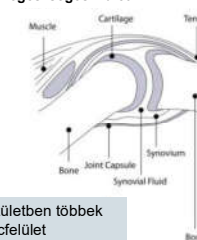


mikroszkopikus érintkezési felület – molekuláris vonzóerők ⇒
súrlódási erő



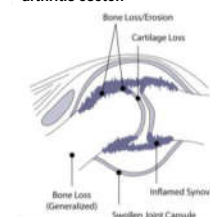
Az állandó rugóerő nagysága 20 N és a test egyenletesen
sziklik. Mekkora a súrlódási erő?

egészséges ízület



Az egészséges ízületben többek
közt az intakt porcfeület
közelítőleg súrlódás mentes
mozgást tesz lehetővé.

ízület rheumatoid
arthritis esetén

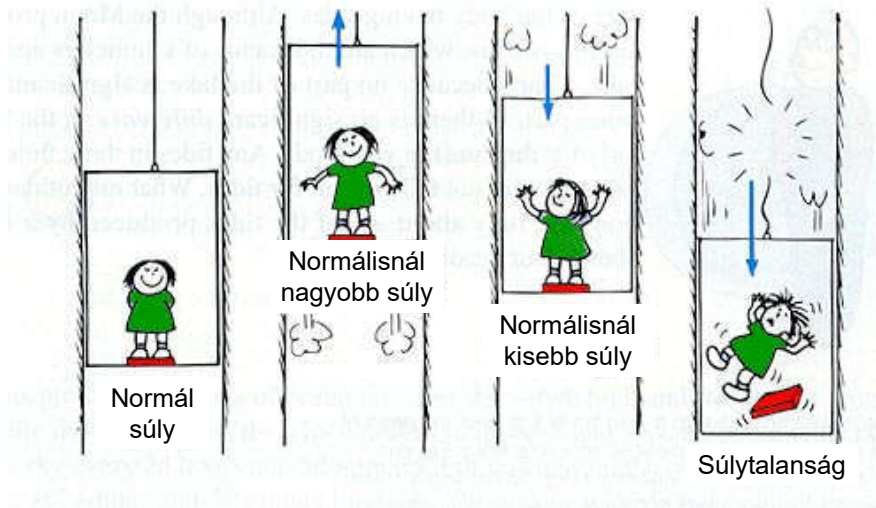


Az ízületi porcfeület sérülése
pl. rheumatoid arthritis
esetén növeli a súrlódást az
ízületben.

19

20

Súlyerő



Házi feladat: Jegyzet 4. fejezet