

# **Az orvosi biofizika matematikai és fizikai alapjai**

5. fejezet

Mechanika –Munka és Energia

# Energia-Munka

A munka és az energia is a testek közötti kölcsönhatások leírására szolgálnak, de alkalmazhatósági körük szélesebb az erőénél.

(pl. termikus és kémiai kölcsönhatások)

**Energia:**

- egy test vagy rendszer állapotát írja le
- egy test vagy rendszer munkavégző képessége

**Munka:** munkát végzünk egy testen, amikor energiát adunk át neki

# Energiafajták

- Mozgási energia
  - Potenciális energia
  - Belső energia
  - Kémiai energia
  - Nukleáris energia
  - Elektromos energia
- ... egymásba átalakíthatók

# Munka

Mechanikai kölcsönhatások esetén:

- Gyorsítási munka
- Emelési munka
- Nyújtási munka



$$W = F \cdot s$$

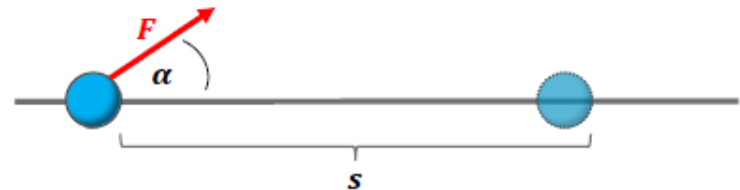
(ha az erő és az elmozdulás egy irányba esnek)

W: Munka (Work) [ $\text{N} \cdot \text{m} = \text{Joule} = \text{J}$ ] (skalár)

F: erő (Force) [ $\text{N} = \text{Newton} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$ ]

s: test által megtett út [m]

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$



$\alpha$ : az erő és az elmozdulás által bezárt szög

# Teljesítmény

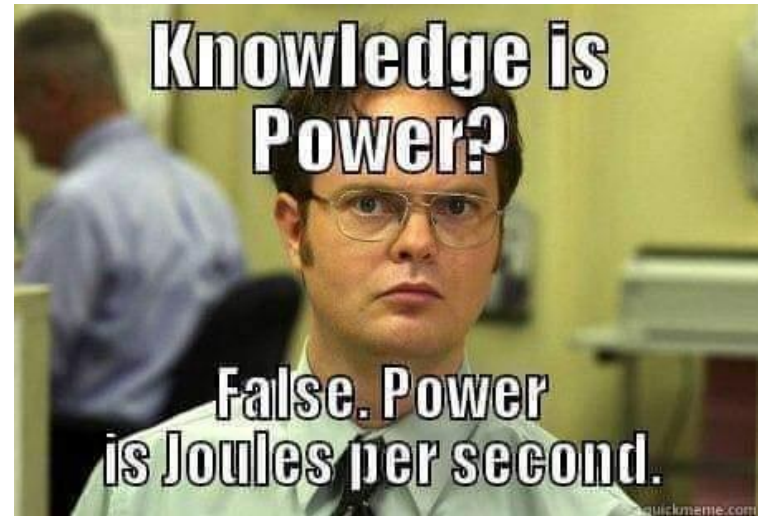
- Időegység alatt végzett munka

$$P = W / t$$

P: teljesítmény [J/s=watt=W]

W: munka [N · m=Joule=J]

t: idő [s]



Az energiának és a munkának ugyanaz a mértékegysége: Joule

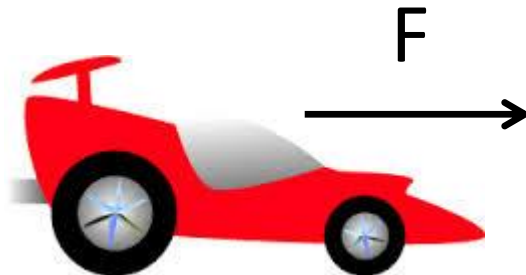
# Mértékegység átváltások

	Joule	Elektronvolt	Kalória
1 J=	1	$6,25 \cdot 10^{18}$	0,239
1 eV=	$1,6 \cdot 10^{-19}$	1	Nem releváns
1 cal=	4,19	Nem releváns	1

## V/2. feladat

Egy autó ( $m = 1,2 \text{ t}$ ) álló helyzetből 12 s alatt egyenletesen gyorsul fel 100 km/h sebességre.

- a) Mekkora erő szükséges a felgyorsításhoz?
- b) Hány méter távolságot tesz meg az autó a felgyorsítás alatt?
- c) Mekkora a gyorsító erő munkája?
- d) Mekkora az átlagos teljesítmény?
- e) Mekkora mozgási energiával rendelkezik az autó a felgyorsítás végén?



# Mechanikai energiafajták

- Mozgási energia  
(egy test gyorsítása)
- Gravitációs helyzeti energia  
(egy test felemelése)
- Rugalmas energia  
(egy rugó kinyújtása)



# Mozgási energia

- A test mozgásállapotát jellemzi

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$E_{kin}$ : mozgási (kinetikus) energia [J=Joule]

$m$ : tömeg [kg]

$v$ : sebesség [m/s]

Gyorsítás során végzett munka:  $W = F \cdot s = m \frac{v}{t} \cdot \frac{v}{2} t = \frac{1}{2} m \cdot v^2.$

# Helyzeti energia

- A test **pozíciójából** vagy **konfigurációjából** származik

Az erőterétől függően lehet:

- **gravitációs**
- **mágneses (később)**
- **elektromos (később)**

**Rugalmas energia: konfigurációtól függő helyzeti energia**

# Gravitációs helyzeti energia

- Munkavégző képesség, mely a test gravitációs térben lévő pozíciójából ered

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

$E_{pot}$ : helyzeti (potenciális) energia[J=Joule]

$m$ : tömeg[kg]

$g$ : szabadesés gyorsulása=9.81 [m/s<sup>2</sup>]

$h$ : nullszinttől számított magasság[m]



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

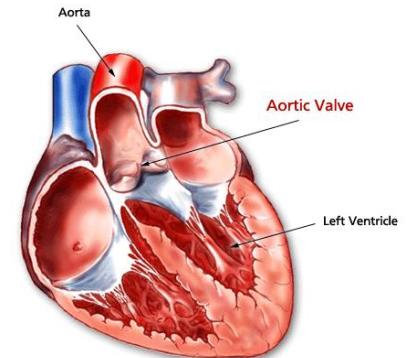
Emelés közben végzett munka:

$$W = F \cdot s = mgh$$

# V/4. feladat

Az emberi szív bal kamrája egy összehúzódás során durván 70 g tömegű vért pumpál ki. Ennek során ez a vérmennyiség az aortaívig nagyjából 15 cm-el magasabbra kerül, és körülbelül 30 cm/s-os áramlási sebességre tesz szert. Határozza meg

- a) az emelési munkát
- b) a gyorsítási munkát
- c) a bal kamra izomzatának teljesítményét, ha az összehúzódás ideje 0,2 s!



## V/5. feladat

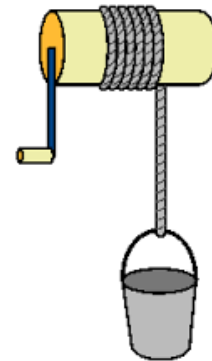
Egy 8 m mély kútból húzunk fel egyenletes 50 cm/s-es sebességgel egy vízzel teli vödröt ( $m = 12$  kg, ebben benne van a 10 liter víz is). Mekkora

a) a szükséges erő

b) a végzett munka

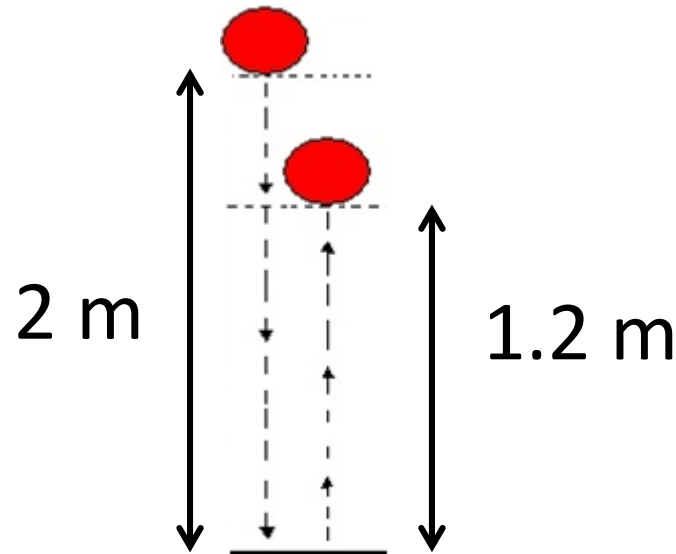
c) a teljesítmény?

d) Hány kcal energiával egyenértékű az ember munkája, ha egész nap dolgozva összesen  $4,8 \text{ m}^3$  vizet emel ki a kútból?

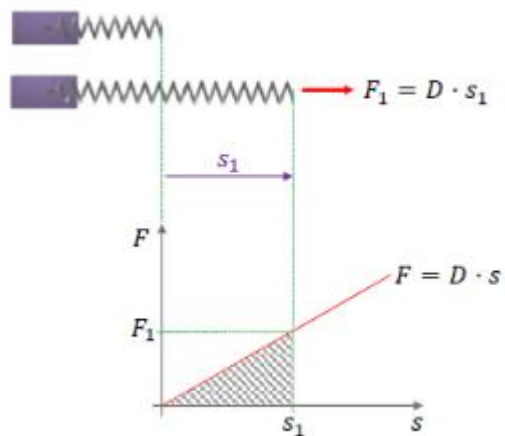


## V/9. feladat

Egy labda ( $m = 0,8 \text{ kg}$ )  $2 \text{ m}$  magasságból leesik és a földön pattanva  $1,2 \text{ m}$  magasra repül vissza. Mennyi mechanikai energia veszett el összesen a közegellenállás miatt és a talajjal való ütközés során?



# Rugalmas energia



$$E_{rug} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$$

$E_{rug}$ : rugalmas energia[J=Joule]

$k$ : rugóállandó[N/m]

$s$ : deformáció[m]

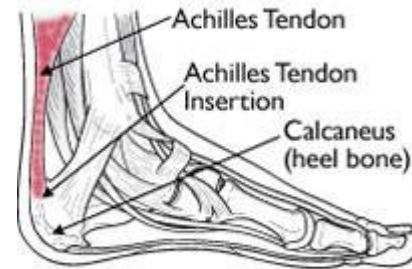


Nyújtás közben végzett munka:

$$W = F \cdot s = \frac{1}{2} Ds \cdot s = \frac{1}{2} Ds^2$$

# V/7. feladat

Mennyi energiát tárol az Achilles-ín 2 mm-es megnyúlásnál, ha rugóállandója  $3 \cdot 10^5 \text{ N/m}$ ?





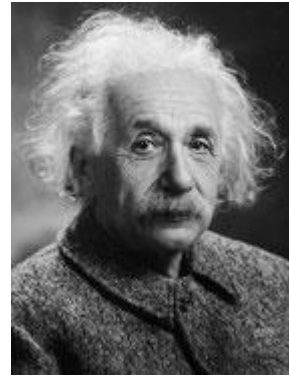
# Mechanikai energiamegmaradás törvénye

- Izolált rendszerben a mechanikai energiák összege állandó
- Izolált rendszer: rendszeren kívüli testekkel nem áll kölcsönhatásban

$$E_{kin} + E_{pot} + E_{rug} = \text{állandó}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 = \text{állandó}$$

# Tömeg-energia ekvivalencia



- Minden  $m$  tömegű test nyugalmi energiával rendelkezik:

$$E = mc^2$$

E: nyugalmi energia [J=Joule]

m: tömeg [kg]

c: vákuumbeli fénysebesség  $= 3 \cdot 10^8$  [m/s]

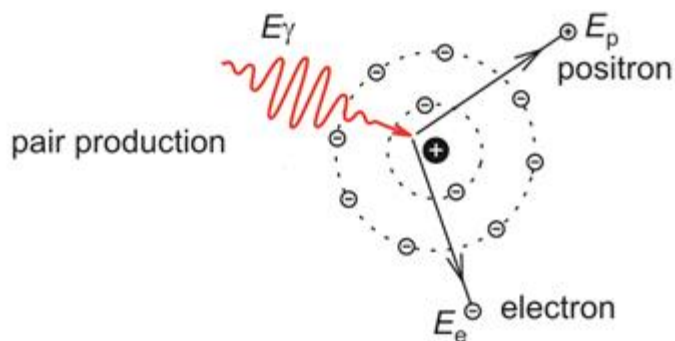
Tömeg és energia egymásba alakulhat

pl. PET

# V/10. feladat

Mekkora egy elektron nyugalmi energiája  
( $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$  kg)?

Számolja át ezt az energiát J egységből eV  
egységbe!

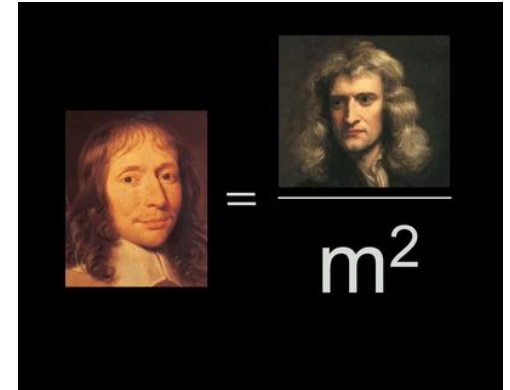
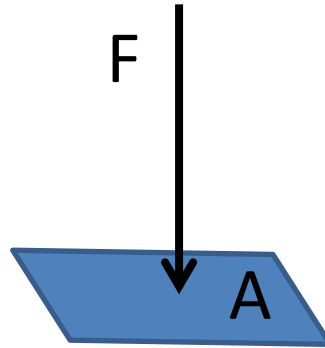


6. fejezet

Mechanika –Nyomás

# Nyomás

$$p = \frac{F}{A}$$



p: nyomás [N/m<sup>2</sup>=pa=pascal]

F: a felületre merőlegesen ható erő [N]

A: a test felülete [m<sup>2</sup>]

Különböző deformációt okoz, ha egy szivacsot egy ujjal vagy tenyérrel nyomunk ugyanakkora erővel

# A nyomás mértékegységei

SI mértékegység: pascal ( $\text{pa} = \text{N}/\text{m}^2$ )

Más mértékegységek:

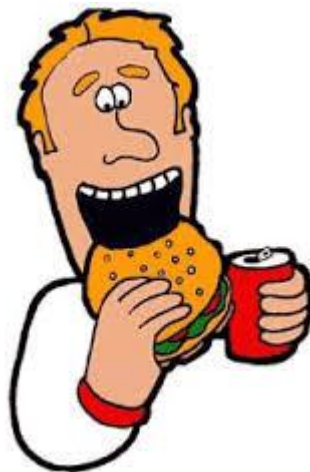
$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ pa} = 100 \text{ kpa}$$

$$1 \text{ atm} = 1.01 \cdot 10^5 \text{ pa} = 101 \text{ kpa} = 1.01 \text{ bar} = 760 \text{ Hgmm}$$

$$1 \text{ Hgmm} = 1 \text{ torr} = 133 \text{ pa} = 0.133 \text{ kpa}$$

## VI/2. feladat

Embernél a rágóerők nagyjából 100 N nagyságrendűek (krokodilnál inkább 1000 N!). Amikor az ember ráharap egy csontszilánkra, vagy egy pici magra, akkor ez az erő kb.  $1 \text{ mm}^2$  felületre koncentrálódik. Mekkora ilyenkor a nyomás?



## VI/3. feladat

- a) Mekkora nyomást fejt ki egy 70 kg tömegű, álló ember a padlóra? (A két talp együttes felületét kb.  $200 \text{ cm}^2$ -nek becsülhetjük.)
- b) Mekkora nyomást fejt ki ez az ember korcsolyázás közben a jégre? (A korcsolya élének felületét vegyük  $4 \text{ cm}^2$ -nek.)





# Sűrűség

- A folyadékokban és gázokban lévő nyomás függ a sűrűségtől

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ha az anyag homogén

$\rho$ : sűrűség [kg/m<sup>3</sup>]

$m$ : tömeg [kg]

$V$ : térfogat [m<sup>3</sup>]

Néhány sűrűségérték

anyag	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )
levegő (0°C és 101 kPa mellett)	0,00129
víz (4°C és 101 kPa mellett)	1
víz (100°C és 101 kPa mellett)	0,958
jég	0,92
alumínium	2,7
higany	13,6
arany	19,3
emberi test (átlagérték)	1,04

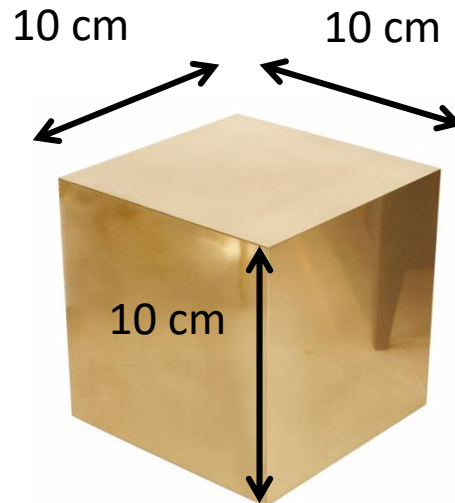
$$1\text{g/cm}^3 = 1\text{kg/dm}^3 = 1000\text{ kg/m}^3$$

$$\text{ml} = \text{cm}^3$$

$$\text{liter} = \text{dm}^3$$

## VI/5. feladat

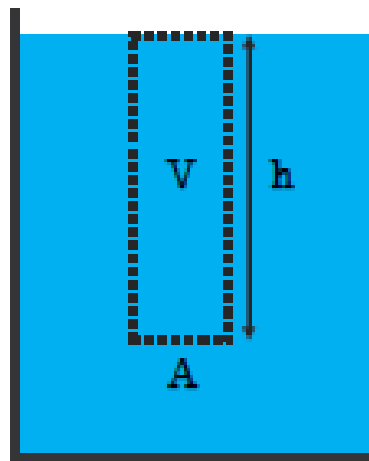
- a) Mekkora a tömege egy 10 cm élhosszúságú arany kockának?
- b) Mekkora nyomást fejt ki ez a kocka a vízszintes polcra, amelyen nyugszik?



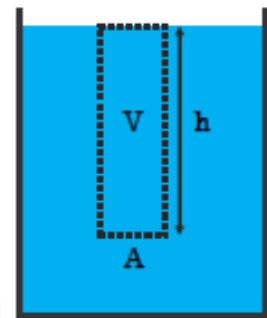
# Hidrosztatikai nyomás

Gázokban és folyadékokban a nehézségi erő miatt fellépő nyomás

A  $h$  magasságú „test” az alatta lévő folyadékot, mint „alátámasztást” az  $A$  felületen érintkezve a súlyerővel nyomja.



# Hidrosztatikai nyomás

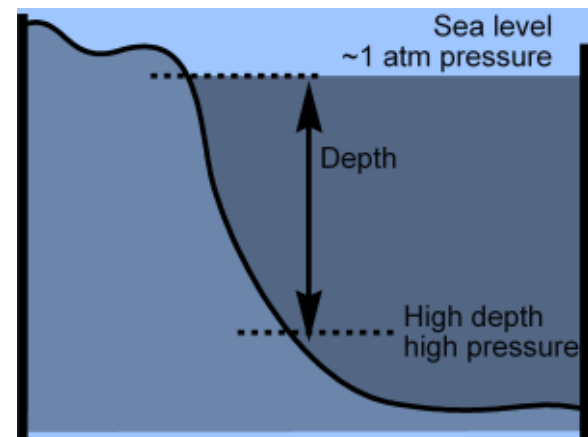


$$G = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$$

$$p = \frac{F}{A} = \frac{G}{A} = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot g}{A} = \rho \cdot h \cdot g$$

Nyomás, nem teljesítmény

A nyomás (folyadékokban és gázokban) egyenesen arányos a mélységgel



# A hidrosztatikai paradoxon

Melyik edény alján a legnagyobb a nyomás?

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$



A hidrosztatikai nyomás függ:

- a sűrűségtől
- a folyadék (vagy gáz) magasságától

NEM függ az edény alakjától

## VI/7. feladat

Mekkora a nyomás (azaz a teljes nyomás!) 1 km mélyen a tengerben, ha a tengervíz sűrűsége minden mélységben  $1,08 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ?

