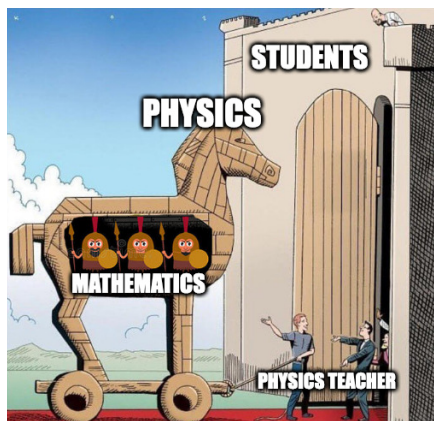


Az orvosi biofizika matematikai és fizikai alapjai



1

Az orvosi biofizika matematikai és fizikai alapjai

1. és 2. előadás

A biofizikai törvények megértéséhez szükséges minimális matematika.
Fizikai mennyiségek és mértékegységeik
AGÓCS Gergely

2

Hogyan készülünk fel?

- egyetem = önálló tanulás
- források:
 - az előadásokon készített saját jegyzetek



Agócs G.



Haluszká D.



Mártonfalvi Zs.



Schay G.

agocs.gergely@med.semmelweis-univ.hu

3

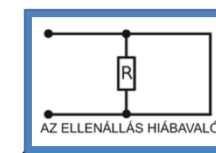
Hogyan készülünk fel?

- egyetem = önálló tanulás
- források:
 - az előadásokon készített saját jegyzetek
 - Tölgyesi: *Fizikai alapismeretek* (e-könyv)
 - honlap: itc.semmelweis.hu/moodle/
 - tantárgyi követelmények
 - előadásbeosztás és diák
 - e-könyv

Fizikai alapismeretek

Vizsgareleváns kiegészítő anyag az „orvosi biofizika” és „biofizika” kurzusokhoz


Összeállította: Dr. Tölgyesi Ferenc, egyetemi docens




Semmelweis Egyetem
Biofizikai és Sugárbiológiai Intézet
2016

4


Tudományos számírás (normálalak)




a legjobb számológép egy orvosstanhallgató számára




természetes számkijelzés




még elfogadható
(de kevésbé praktikus)



lineáris bevitel



nem megengedett



programozható,
grafikus kijelző

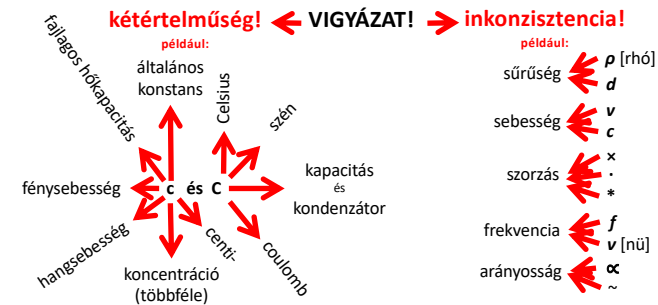
5

Szimbólumok használata a tudományban

A tudományok rengeteg latin és görög betűs szimbólumot (illetve ezek kombinációit) használnak, így a görög ábécé megtanulása elengedhetetlen.

Azonban a mennyiségek és mértékegységek száma sokkal nagyobb, mint a jelzésükre rendelkezésre álló betűk száma, ami félreértéshez vezethet.

Emiatt lényeges a KONTEXTUS!



Szögek

D: degrees (fok) mód

R: radián mód

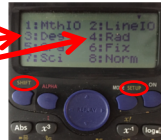
fordulat
degree = fok: hagyományos egység

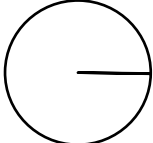
radián: tudományos egység, ív/sugár

1 fordulat = $360^\circ = 2\pi$ rad


$1^\circ = 60' = 3600''$

— shift
— setup
— 3 (fok)
— 4 (radián)







teljes fordulat
 360°
 2π radián



fél fordulat
 180°
 π radián



negyed fordulat
 90°
 $\pi/2$ radián



1/8 fordulat
 45°
 $\pi/4$ radián

7

Függvénytan

Hey physics, why do you wear that mask?

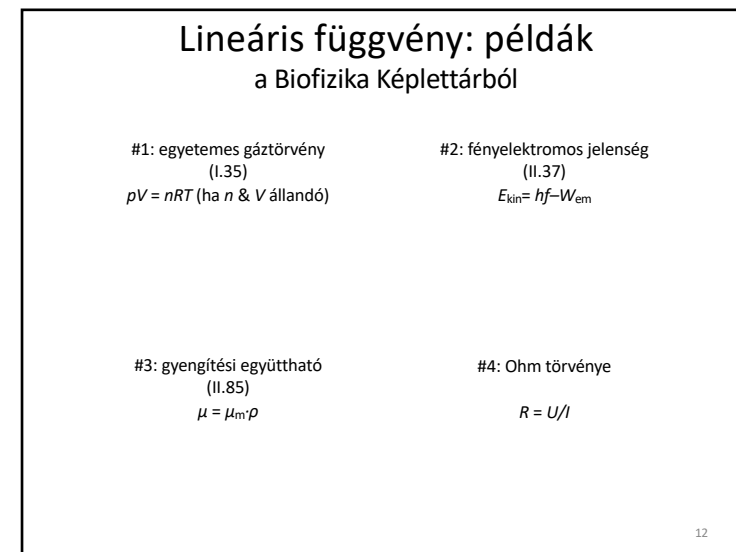
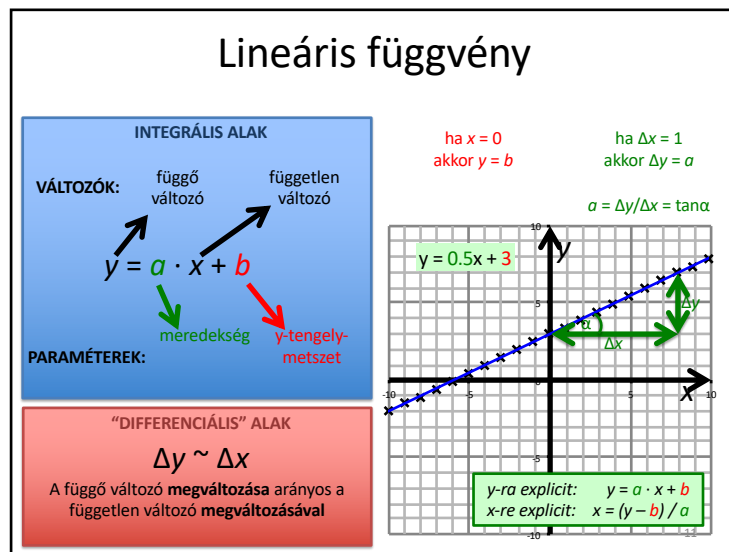
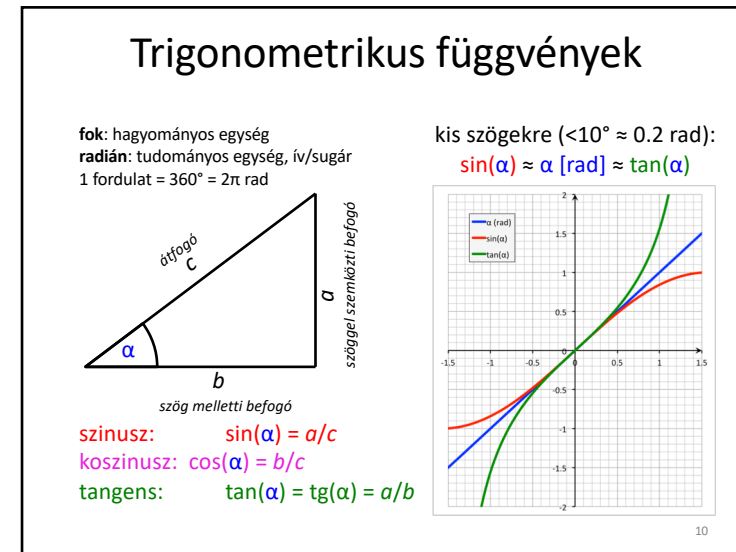
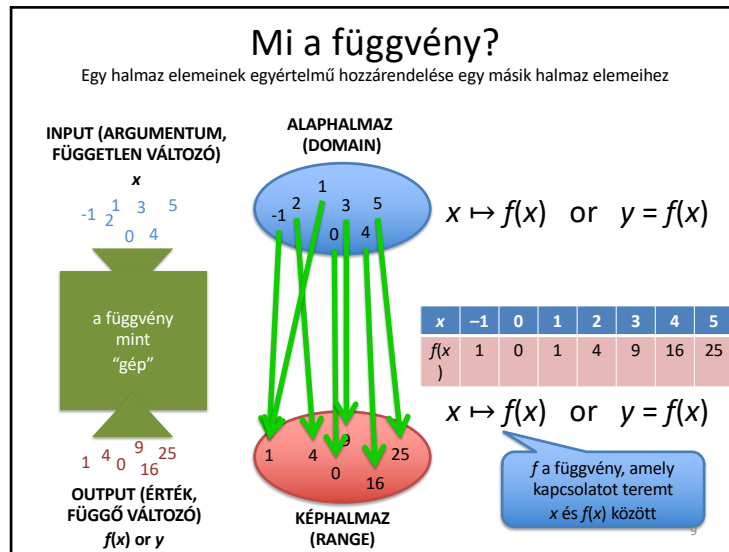
Physics

Physics

Physics
Math

Physics

Let's keep this on.



Lineáris függvény: példák a Biofizika Képlettárból

#1: egyetemes gáztörvény
(I.35)

$$pV = nRT \text{ (ha } n \text{ \& } V \text{ állandó)}$$

$$p = nR/V \cdot T + 0$$

$$y = a \cdot x + b$$

#2: fényelektromos jelenség
(II.37)

$$E_{\text{kin}} = hf - W_{\text{em}}$$

$$E_{\text{kin}} = h \cdot f + (-W_{\text{em}})$$

$$y = a \cdot x + b$$

#3: gyengítési együttható
(II.85)

$$\mu = \mu_m \cdot \rho$$

$$\mu = \mu_m \cdot \rho + 0$$

$$y = a \cdot x + b$$

#4: Ohm törvénye

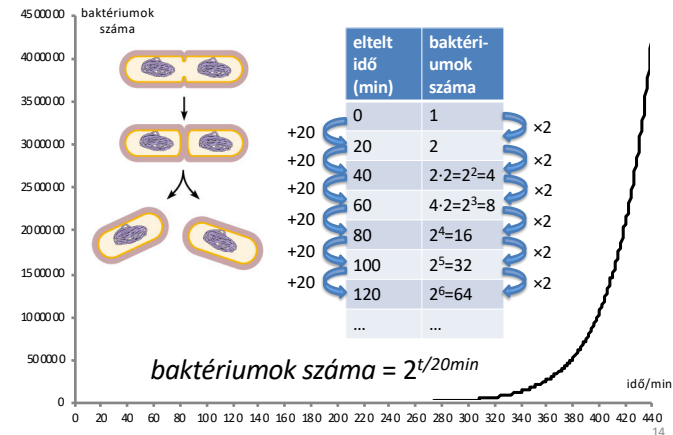
$$R = U/I$$

$$I = 1/R \cdot U + 0$$

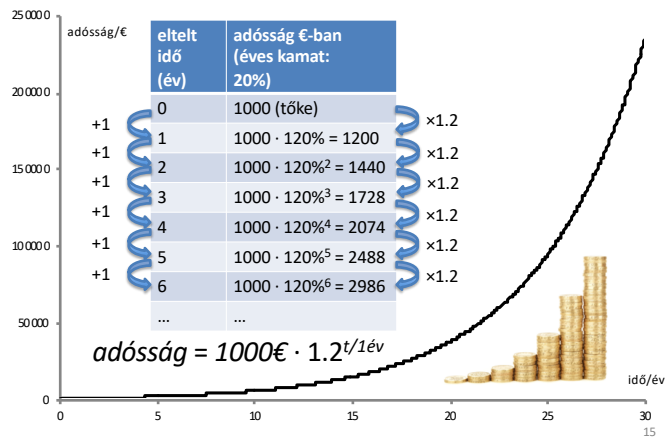
$$y = a \cdot x + b$$

13

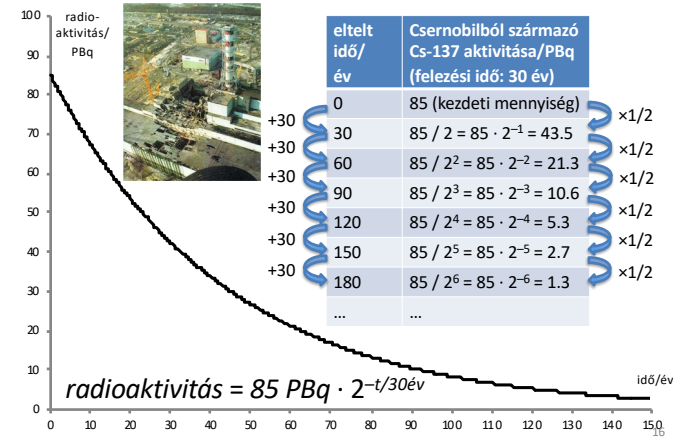
Exponenciális függvény: 1. példa



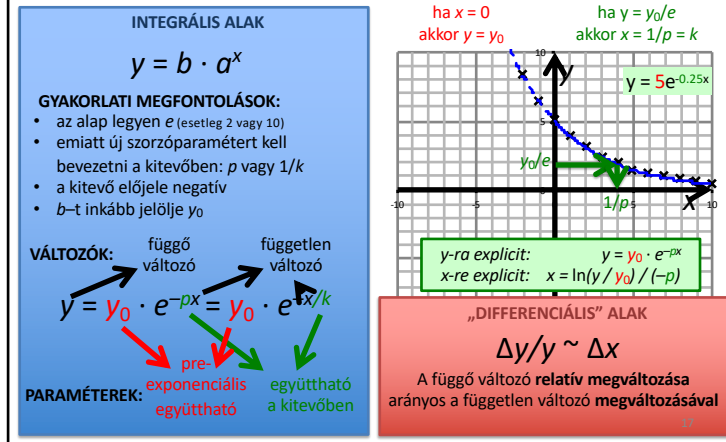
Exponenciális függvény: 2. példa



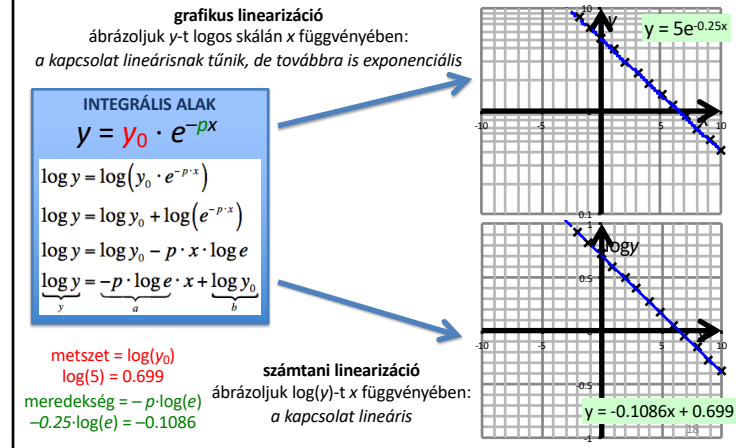
Exponenciális függvény: 3. példa



Exponenciális függvény



Exponenciális függvény: linearizáció



Exponenciális függvény: példák a Biofizika Képlettárból

#1: sugárzásgyengülés törvénye
(II.11)

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu x}$$

#2: Boltzmann-eloszlás
(I.25)

$$n_i = n_0 \cdot e^{-\Delta \epsilon / (kT)}$$

#3: bomlástörvény
(II.96)

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

#4: RC-kör kisülése
(VII.2)

$$U = U_0 \cdot e^{-t/(RC)}$$

19

Exponenciális függvény: példák a Biofizika Képlettárból

#1: sugárzásgyengülés törvénye
(II.11)

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu x}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-px}$$

#2: Boltzmann-eloszlás
(I.25)

$$n_i = n_0 \cdot e^{-\Delta \epsilon / (kT)}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-x/k}$$

#3: bomlástörvény
(II.96)

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-px}$$

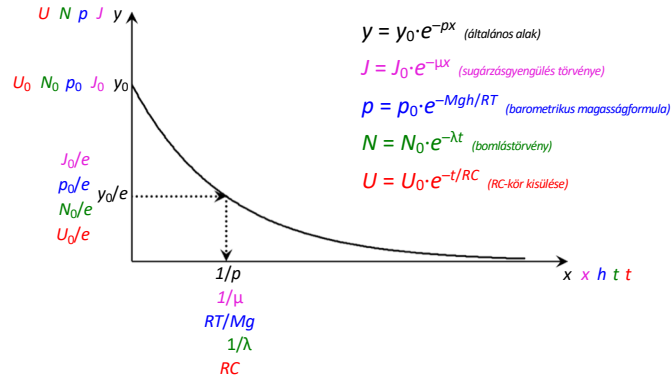
#4: RC-kör kisülése
(VII.2)

$$U = U_0 \cdot e^{-t/(RC)}$$

$$y = y_0 \cdot e^{-x/k}$$

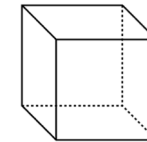
20

e-alapú exponenciális függvények grafikonja



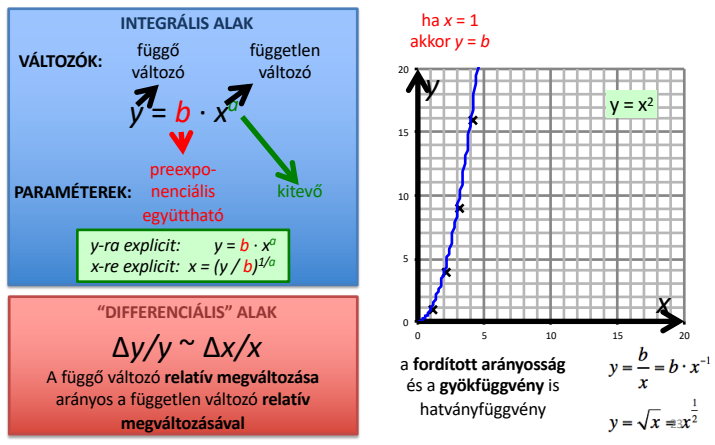
Hatványfüggvény: példa

tömeg \sim térfogat \sim [test]hossz³
felület \sim [test]hossz²

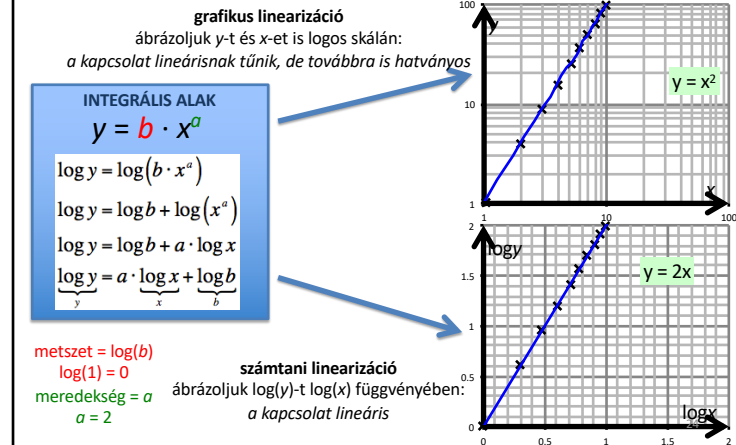


22

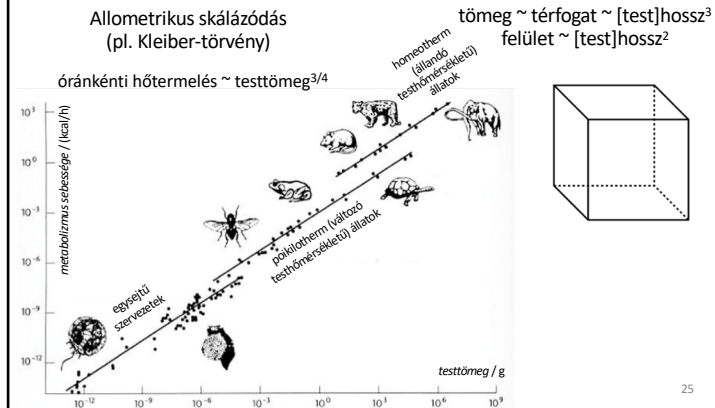
Hatványfüggvény



Hatványfüggvény: linearizáció



Hatványfüggvény: példa



Hatványfüggvény: példák

a Biofizika Képlettárból

#1: de Broglie-hullámhossz
(I.3)

$$\lambda = h/p$$

$$\lambda = h \cdot p^{-1}$$

#2: Stefan-Boltzmann-törvény
(II.41)

$$M_{\text{fekete}} = \sigma \cdot T^4$$

#3: Duane-Hunt-törvény
(II.80)

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU_{\text{anode}}}$$

$$\lambda_{\min} = hc/e \cdot U^{-1}$$

#4: a sajátfrekvencia tömegfüggése
(Rezonancia 6)

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_0 = k^{1/2}/(2\pi) \cdot m^{-1/2}$$

26

Hatványfüggvény: példák

a Biofizika Képlettárból

#1: de Broglie-hullámhossz
(I.3)

$$\lambda = h/p$$

$$\lambda = h \cdot p^{-1}$$

$$y = b \cdot x^a$$

#2: Stefan-Boltzmann-törvény
(II.41)

$$M_{\text{fekete}} = \sigma \cdot T^4$$

$$y = b \cdot x^a$$

#3: Duane-Hunt-törvény
(II.80)

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU_{\text{anode}}}$$

$$\lambda_{\min} = hc/e \cdot U^{-1}$$

$$y = b \cdot x^a$$

#4: a sajátfrekvencia tömegfüggése
(Rezonancia 6)

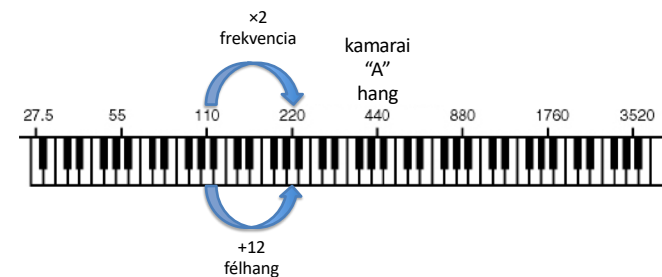
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_0 = k^{1/2}/(2\pi) \cdot m^{-1/2}$$

$$y = b \cdot x^a$$

27

Logaritmusfüggvény: példa



Logaritmusfüggvény

INTEGRÁLIS ALAK

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

GYAKORLATI MEGFONTOLÁSOK:

- az alap 10 (néha e vagy 2)
- ha az alapot rögzítjük, a szorzóparaméter megváltozók a következőképpen:

$$b \cdot \log_a(x) = b / \log_{10}(a) \cdot \log_{10}(x) = b' \cdot \log_{10}(x)$$

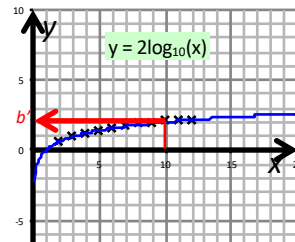
VÁLTOZÓK:

függő változó
 $y = b' \cdot \log_{10}(x)$
 független változó

PARAMÉTEREK:

szorzó
 paraméter

ha $x = 10$
 akkor $y = b'$



„DIFFERENCIÁLIS” ALAK

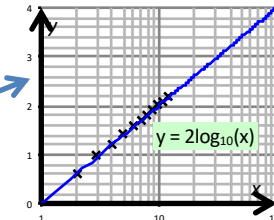
$$\Delta y \sim \Delta x / x$$

A függő változó **megváltozása** arányos a független változó **relatív megváltozásával**

Logaritmusfüggvény: linearizáció

grafikus linearizáció

ábrázoljuk y -t lineáris és x -et logos skálán:
 a kapcsolat lineárisnak tűnik, de továbbra is logos

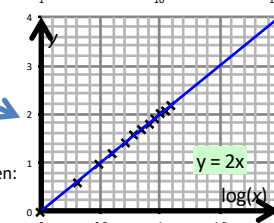


INTEGRÁLIS ALAK

$$y = b' \cdot \log_{10}(x)$$

számtani linearizáció

ábrázoljuk y -t $\log(x)$ függvényében:
 a kapcsolat lineáris



Logaritmusfüggvény: példák

a Biofizika Képlettárból ...és máshonnan

#1: az entrópia statisztikus definíciója
 (III.72)

$$S = k \ln \Omega$$

$$S = k \cdot \log_e(\Omega)$$

#2: a decibel- (dB-) skála
 (VII.10)

$$n = 10 \log A_p$$

$$n = 10 \cdot \log_{10}(A_p)$$

#3: az abszorbancia definíciója
 (VI.34)

$$A = \lg(I_0/I)$$

$$A = 1 \cdot \log_{10}(I_0/I)$$

#4: a pH-skála

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$$

$$\text{pH} = -1 \cdot \log_{10}([\text{H}^+]/(1 \text{ M}))$$

31

Logaritmusfüggvény: példák

a Biofizika Képlettárból ...és máshonnan

#1: az entrópia statisztikus definíciója
 (III.72)

$$S = k \ln \Omega$$

$$S = k \cdot \log_e(\Omega)$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

#2: a decibel- (dB-) skála
 (VII.10)

$$n = 10 \log A_p$$

$$n = 10 \cdot \log_{10}(A_p)$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

#3: az abszorbancia definíciója
 (VI.34)

$$A = \lg(I_0/I)$$

$$A = 1 \cdot \log_{10}(I_0/I)$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

#4: a pH-skála

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$$

$$\text{pH} = -1 \cdot \log_{10}([\text{H}^+]/(1 \text{ M}))$$

$$y = b \cdot \log_a(x)$$

32

Függvények összefoglalása

LINEÁRIS FÜGGVÉNY

$$\Delta y \sim \Delta x$$

A függő változó **abszolút megváltozása** arányos a független változó **abszolút megváltozásával**

y vs. x

EXPONENCIÁLIS FÜGGVÉNY

$$\Delta y/y \sim \Delta x$$

A függő változó **relatív megváltozása** arányos a független változó **abszolút megváltozásával**

$\log y$ vs. x

Linearizáció

y vs. $\log x$

LOGARITMUSFÜGGVÉNY

$$\Delta y \sim \Delta x/x$$

A függő változó **abszolút megváltozása** arányos a független változó **relatív megváltozásával**

$\log y$ vs. $\log x$

HATVÁNYFÜGGVÉNY

$$\Delta y/y \sim \Delta x/x$$

A függő változó **relatív megváltozása** arányos a független változó **relatív megváltozásával**

Egyenes vonalú mozgások

Mennyiségek, egységek és egyenletek

elmozdulás: $\Delta s = s_2 - s_1$

sebesség: $v = \Delta s / \Delta t$

gyorsulás: $a = \Delta v / \Delta t$

$[\Delta s] = m$

$[v] = m/s$

$[a] = m/s^2$

Egyenes vonalú egyenletes mozgás

$$s_t = s_0 + v \cdot t$$

$$v = \text{konstans}$$

$$a = 0$$

Egyenes vonalú egyenletes gyorsulás

$$s_t = s_0 + v_0 \cdot t + a/2 \cdot t^2$$

$$v_t = v_0 + a \cdot t$$

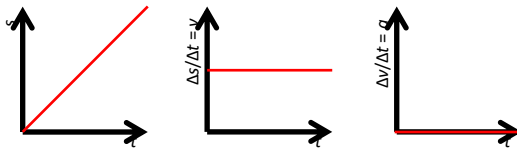
$$a = \text{konstans}$$

34

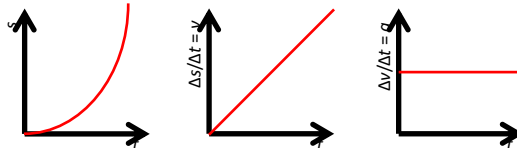
Egyenes vonalú mozgások

Grafikus interpretáció

egyenes vonalú egyenletes mozgás:



egyenes vonalú egyenletes gyorsulás:



35

Körmozgás

Mennyiségek, egységek és egyenletek

elfordulás: $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

szögsebesség, körfrekvencia: $\omega = \Delta \varphi / \Delta t$

kerületi sebesség: $v = r \cdot \Delta \varphi / \Delta t = r \cdot \omega$

$[\Delta \varphi] = \text{rad}$

$[\omega] = \text{rad/s}$

$[v] = m/s$

centripetális gyorsulás: $a_{cp} = v^2 / r = r \cdot \omega^2$

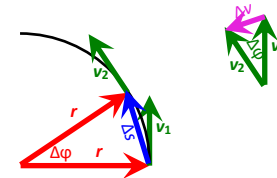
$[a] = m/s^2$

(1) közelítés kis szögek esetén:
elmozdulás = ívhossz = $v \cdot \Delta t \approx \Delta s$

(2) hasonlóság miatt:
 $\Delta v / v = \Delta s / r$

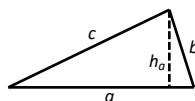
(1) + (2):
 $\Delta v / v = v \cdot \Delta t / r$

$$a_{cp} = v^2 / r$$

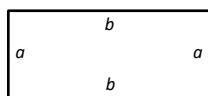


36

Kerület és terület



HÁROMSZÖG
kerület: $a+b+c$
terület: $a \cdot h_a / 2$



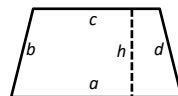
TÉGLALAP
kerület: $2 \cdot (a+b)$
terület: $a \cdot b$



NÉGYZET
kerület: $4a$
terület: $a \cdot a = a^2$



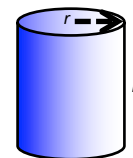
KÖR
kerület: $2\pi r$
terület: $r^2 \pi$



TRAPÉZ
kerület: $a+b+c+d$
terület: $(a+c)/2 \cdot h$

37

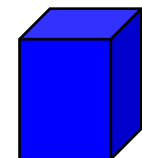
Felszín és térfogat



HENGER (nyitott)

felszín (csak palást): $2\pi r \cdot h$

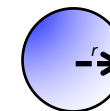
térfogat: $r^2 \pi \cdot h$



HASÁB (nyitott)

felszín (csak palást):
(alap kerülete) $\cdot h$

térfogat: (alapterület) $\cdot h$



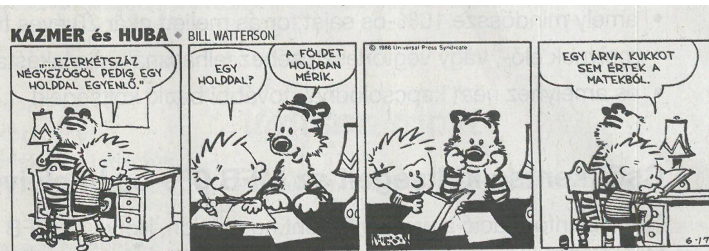
GÖMB

felszín: $4r^2 \pi$

térfogat: $4r^3 \pi / 3$

38

Egységek – átváltás



39

Egységek – átváltás

„van prefixum”-ból „nincs prefixum”:

$15 \text{ km} = 15 \cdot 10^3 \text{ m}$

$15 \text{ cg} = 15 \cdot 10^{-2} \text{ g}$

„nincs prefixum”-ból „van prefixum”:

$15 \text{ m} = 15 / 10^3 \text{ km}$

$15 \text{ g} = 15 / 10^{-2} \text{ cg}$

„van prefixum”-ból „van prefixum”:

$15 \text{ km} = 15 \cdot 10^3 \text{ m} = 15 \cdot 10^3 / 10^{-2} \text{ cm}$

ha az egységnek van kitevője is:

$15 \text{ km}^3 = 15 \cdot (10^3 \text{ m})^3 = 15 \cdot (10^3)^3 \text{ m}^3$

$15 \text{ m}^3 = 15 / (10^3)^3 \text{ km}^3$

literből köbméter és viszont:

$1 \text{ m}^3 = 10 \text{ hL} = 1000 \text{ L}$

$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$

$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$

$1 \text{ mm}^3 = 1 \mu\text{L}$

idő másodpercben:

$2 \text{ days } 3 \text{ h } 12 \text{ min } 30 \text{ s} = ((2 \cdot 24 + 3) \cdot 60 + 12) \cdot 60 + 30 \text{ s}$

fok, ívperc, ívmásodperc:

$45^\circ 40' 30'' = (45 + 40/60 + 30/60^2)^\circ$

fokból radián és viszont:

$1 \text{ rad} = (360/2\pi)^\circ$

$1^\circ = (2\pi/360) \text{ rad}$

összetett egységek:

$15 \text{ kg/m}^3 = 15 \cdot 10^3 / (1/(10^{-2})^3) \text{ g/cm}^3$

$45 \text{ km/h} = 45 \cdot 10^3 / 3600 \text{ m/s}$

Celsius-fokból kelvin és viszont:

$T = 15^\circ\text{C} = (15 + 273) \text{ K}$

$T = 15 \text{ K} = (15 - 273)^\circ\text{C}$

$\Delta T = 15^\circ\text{C} = 15 \text{ K}$

$\Delta T = 15 \text{ K} = 15^\circ\text{C}$

40