

# Dinamika

## Mozgás, alakváltozás és ennek háttere

Newton: a **mozgás** természetes állapot.

A témakör egyik kulcsfontosságú fizikai mennyisége az **impulzus** ( $p$ ), vagy **lendület**, vagy **mozgásmennyiség**.

Klasszikus esetben ez a test **tömegének** ( $m$ ) és **sebességének** ( $v$ ) szorzata.

$$p = mv$$

vektormennyiség

## Newton törvényei

II. Az **impulzus megváltoztatásához erő** ( $F$ ) szükséges.

$$\Delta p = \Delta m v = F \Delta t$$

vagy

$$\frac{\Delta m v}{\Delta t} = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = ma = F$$

Ha nincs erőhatás (ill. ha 0)

$$\Delta m v = 0, \text{ azaz } p = mv = \text{állandó.}$$

I. Az **impulzus megmaradó mennyiség** (impulzus megmaradás)  
a **tehetetlenség törvénye**

III.  $F = -F_{\text{ellen}}$  kölcsönhatás

Az erő és ellenerő mindig különböző testre hat.

**hatás, ellenhatás törvénye**

**Alkalmazások pl.:**

a szétsugárzás vagy annihiláció magyarázatakor  
(lásd a 2. szemeszterben **PET**).

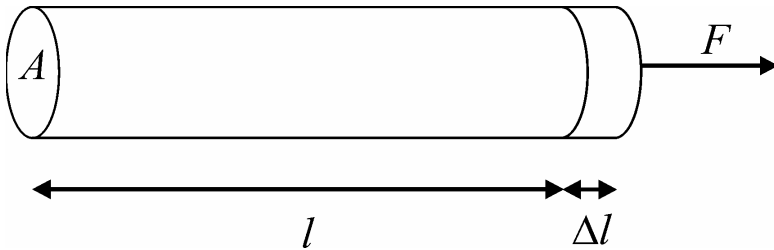
\*\*\*

**De**

az **erő alakváltozást** (deformációt) is eredményezhet.

A legegyszerűbb alakváltozás a **megnyúlás**.

**relatív megnyúlás:**  $\Delta l/l$ .

**Hooke-törvény**

$$F = AE \frac{\Delta l}{l}$$

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta l}{l}$$

$F/A$  a **mechanikai feszültség** (húzófeszültség), de

lehet nyomófeszültség vagy **nyomás** ( $p[\text{Pa}]$ )

Az együttható: rugalmassági, vagy Young modulus ( $E[\text{Pa}]$ )

Pl.

**Kollagén rost** 0,3–2,5 GPa, **csont** 10–20 GPa

Hasonló a rugó esetéhez:  $F_{\text{kitérítő}} = Dx$  (ha  $x \equiv \Delta l$ , és  $D \equiv AE/l$ )

**Általánosabban** (összenyomás):

$$\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V}$$

$K$  a **kompressziómodulus**,

$1/K = \kappa$  a **kompresszibilitási együttható** (pl.  $\kappa_{\text{acél}} = 0,006 \text{ GPa}^{-1}$ )

\*\*\*

## Newton törvényei forgó mozgás esetében

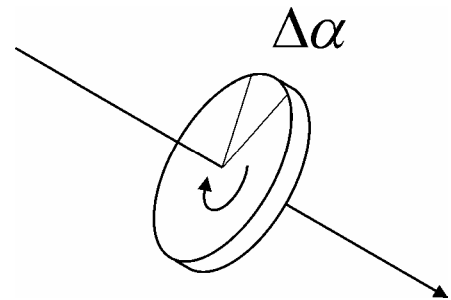
az impulzus, vagy lendület ( $m\upsilon$ ) mintájára bevezethető az **impulzusmomentum**, vagy **perdület** ( $\Theta\omega$ ) ahol

$\Theta$  a **tehetetlenségi nyomaték**, a forgó test tehetetlenségének mértéke,

$\omega$  a **szögsebesség**,

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

**periódusidő** ( $T$ ), **frekvencia** ( $f$ )  
( $\omega$  **körfrekvencia**)



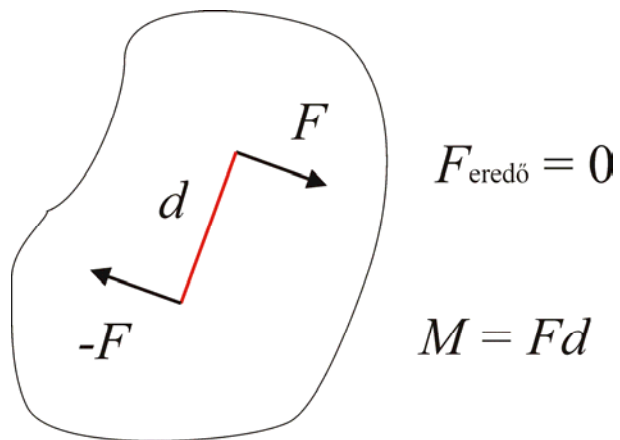
I.  $\Theta\omega = \text{állandó}$  (perdület megmaradás; lásd: **forgó jégtáncos**)

II. Megváltoztatásához **forgatónyomaték** ( $M$ ) szükséges

$$\frac{\Delta\Theta\omega}{\Delta t} = M$$

**Egyensúly** csak akkor, ha

$F_{\text{eredő}} = 0$  **és**  $M_{\text{eredő}} = 0$   
egyszerre teljesül.



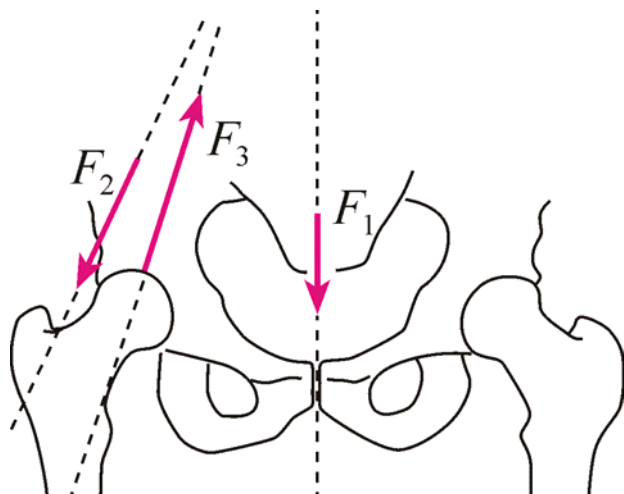
Ekkor:  $m\upsilon = \text{állandó}$

és  $\Theta\omega = \text{állandó}$

Illetve

**Sztatika (statika)**

Lásd pl: orthopaedia



\*\*\*

## Egyenletes körmozgás

Csak a **sebességvektor** (ill. az impulzusvektor) **iránya változik**.  
A test **gyorsul** ( $a_{cp}$  [m/s<sup>2</sup>]), de nem nő a sebessége.

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

Dinamikai feltétele:  $\mathbf{v} \perp \mathbf{F} = m\mathbf{a}_{cp}$

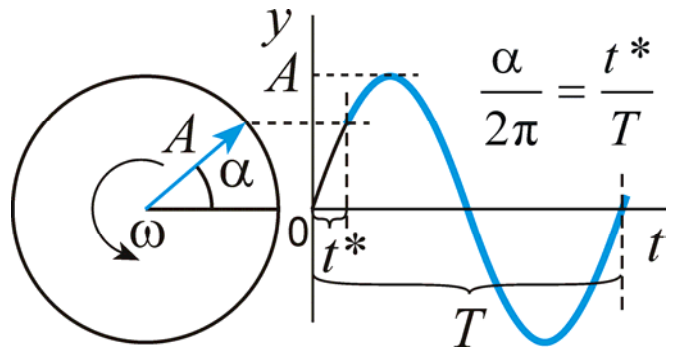
## Harmonikus rezgőmozgás

Az egyenletes körmozgás vetülete  
( $\alpha = \omega t = 2\pi t/T = 2\pi f t$ )

$$y = A \sin \omega t$$

Dinamikai feltétele:  $\mathbf{F} = -D\mathbf{x} = m\mathbf{a}$

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

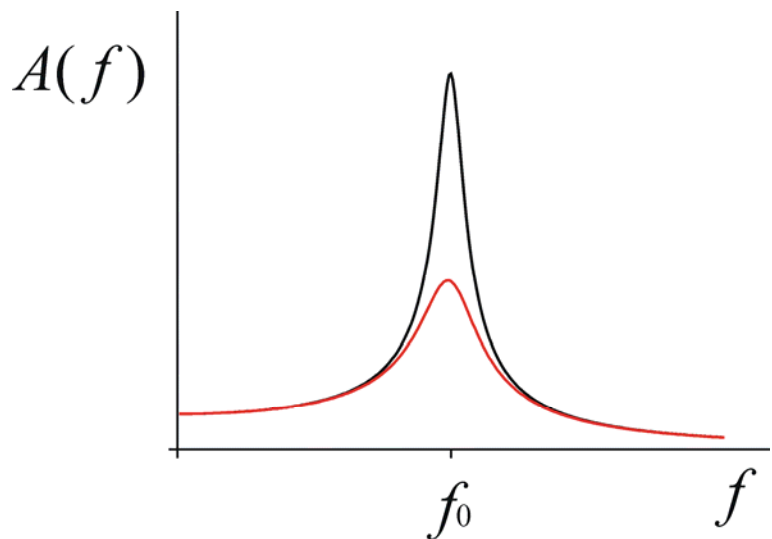


## Kényszerrezgés, rezonancia

( $\omega = 2\pi f$ )

$$A(f) \sim \frac{1}{(f - f_0)^2 + K}$$

$K$  a csillapítás mértékét fejezi ki



**Alkalmazások pl.:** a különböző spektrumok

(ESR, NMR) értelmezésekor, az AFM, az **MRI** működésének magyarázatakor (lásd a 2. szemeszterben).

\*\*\*

## Hullám

A rezgési állapot tovaterjedése.

(Hullámozó tenger vagy unatkozó nézők a stadionban.)

$$y = A \sin \omega t \qquad y = A \sin (\omega t + \varphi) \qquad y = A \sin (\omega t + kx)$$

A **fázis** (szög,  $\varphi$ ) nemcsak az időtől ( $t$ ), de a helytől ( $x$ ) is függ

Két fontos paraméter: **hullámhossz** ( $\lambda$ ), periódusidő ( $T$ )

$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} x = kx \qquad \varphi(t^*) = \frac{2\pi}{T} t^* = \omega t^*$$

Hányadosuk

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

a hullám **terjedési sebessége** (fázissebesség).

A hullámokkal kapcsolatos legfontosabb jelenség az **interferencia**.  
(A fizikai optika részben részletesebben beszélünk róla).

**Alkalmazások pl.:** a különböző sugárzások

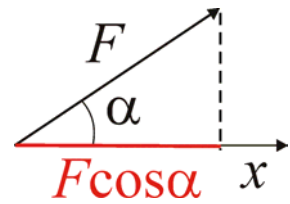
UH, EMS megbeszélésekor (lásd a 2. szemeszterben).

\*\*\*

## Munka

A **munka** ( $W$ ) az **elmozdulás** ( $\Delta x$ ) és az erő ( $F$ ) elmozdulás irányába eső vetületének szorzata

$$W = \Delta x F \cos \alpha \quad [\text{Nm}] \text{ vagy } [\text{J}]$$



Tartós erő kifejtés elmozdulás nélkül ( $\Delta x = 0$ );  
vagy  $\alpha = \pi/2$  (azaz  $\cos \alpha = 0$ ), akkor  $W = 0$  (a mechanikában)

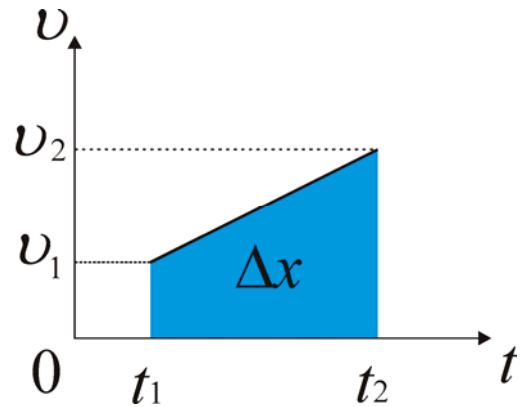
## Munkatétel

Ha az erő állandó (és  $\alpha = 0$ ).

$$F = ma = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Az elmozdulás  $\Delta x = v \Delta t$  lenne,  
de  $v$  is változik

$$\Delta x = \frac{(v_1 + v_2)(t_2 - t_1)}{2}$$



$$W = F \Delta x = m \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \frac{(v_1 + v_2)(t_2 - t_1)}{2} = m \frac{(v_2 - v_1)(v_1 + v_2)}{2}$$

$$W = m \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{2} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = E_{\text{kin}2} - E_{\text{kin}1} = \Delta E_{\text{kin}}$$

**mozgási** vagy kinetikus **energia** ( $E_{\text{kin}}$ )

A munkavégzés eredménye nagyobb  $E_{\text{kin}}$ .

**Alkalmazások pl.:** a röntgenső vagy az elektronmikroszkóp megbeszélésekor (lásd a 2. szemeszterben).

\*\*\*

## Munkavégzés másik erő ellenében

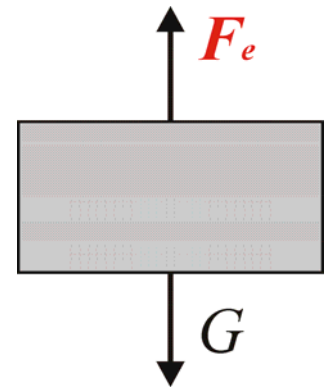
Pl. emelésnél, a **nehézségi erő** ( $G$ ) ellenében  
( $g$  a nehézségi gyorsulás)

A munkavégzés eredménye „eltárolható”.

**helyzeti**, vagy potenciális **energia** ( $E_{\text{pot}}$ )

Nehézségi erőterben:  $\Delta E_{\text{pot}} = mg\Delta h$ ;

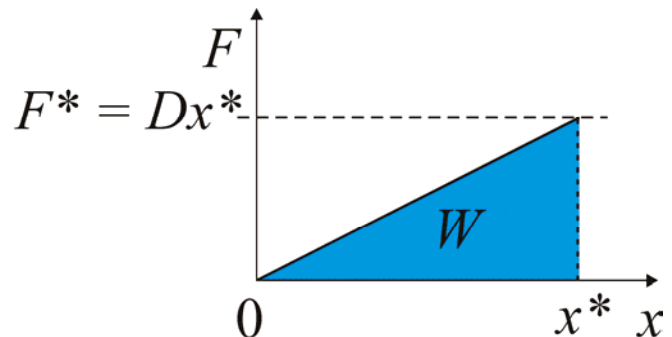
$$F_e = G = mg$$



## A rugó potenciális energiája

$$\Delta E_{\text{pot}} = W$$

$$W = \frac{Dx^* x^*}{2} = \frac{1}{2} D(x^*)^2$$



Pl. rugalmas erek

(mechanikai energia megmaradás)

\*\*\*

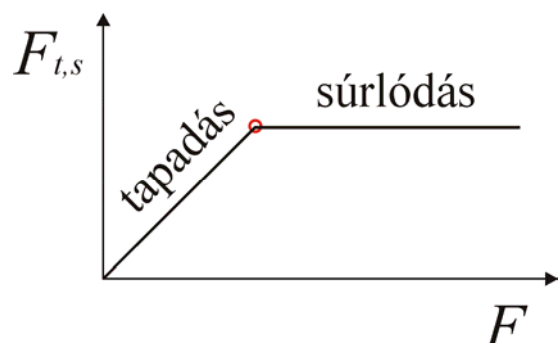
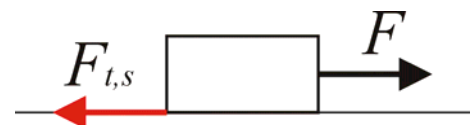
A munkavégzés „sebessége”  
a **teljesítmény** ( $P$ ):

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad [W] = [J/s]$$

## Tapadás és súrlódás

Nincs energia megmaradás?

(lásd **termodinamika**)



\*\*\*

Mi a helyzet  **folyadékok** ill. gázok esetében?

**Nyugvó folyadékok** (és gázok) → **hidrosztatika**

### Pascal törvénye

Folyadékokban a nyomás gyengítetlenül tovaterjed, mert „összenyomhatatlanok” (inkompresszibilisek) ( $\kappa_{\text{víz}} = 0,5 \text{ GPa}^{-1}$ ) (fékek működése, hidraulika)

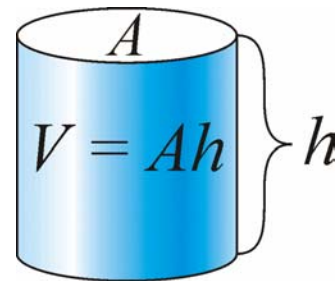
**Hidrosztatikai nyomás** (a folyadék súlyától származik)

Nyugalomban, földi körülmények között (a legegyszerűbb esetben):

$$mg = V\rho g = Ah\rho g = F_{\text{súly}}$$

( $\rho$  a közeg sűrűsége)

$$p = F_{\text{súly}}/A = \rho gh$$



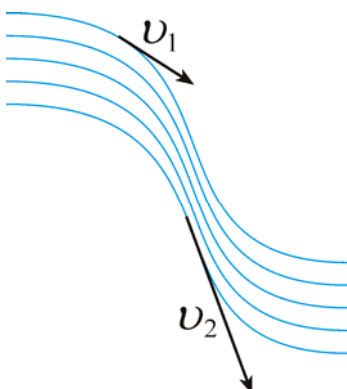
Ennek következménye a felhajtó erő ( $F_f$ ):

**Archimédész törvénye** (minden vízbe mártott test...)

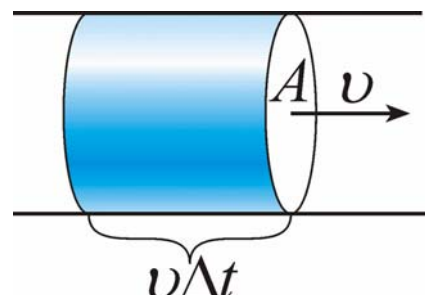
$$F_f = \rho_{\text{közeg}} g V$$

**Áramló folyadékok** (és gázok) → **hidrodinamika**  
(**áramvonalak**; időben állandó: **stacionárius áramlás**)

**Áramlási sebesség és térfogati áramerősség:**



$$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A v \Delta t}{\Delta t} = A v$$





**Kontinuitási törvény**  $\rightarrow I_V = \text{állandó (anyag megmaradás)}$   
Pl. erek

érszakasz	átmérő (cm)	ágak száma	$A_{\text{ö}}$ (cm <sup>2</sup> )	$v$ (cm/s)
aorta	2,4	1	4,5	23
artériák	0,4	160	20	5
arteriolák	0,003	$5,7 \cdot 10^7$	400	0,25
kapillárisok	0,0007	$1,2 \cdot 10^{10}$	4500	0,022
venulák	0,002	$1,3 \cdot 10^9$	4000	0,025
vénák	0,5	200	40	2,5
venae cavae	3,4	2	18	6

**Bernoulli törvény** (a munkatétel alkalmazása)  
**ideális** folyadéokra

$F_1(\Delta x_1) \quad F_2(\Delta x_2)$

$$p_1 A_1 v_1 \Delta t - p_2 A_2 v_2 \Delta t = (p_1 - p_2) \Delta V = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 = \text{állandó} \quad (\text{következmények})$$

\*\*\*

## Belső súrlódás

**reális** folyadék

**turbulens áramlás**

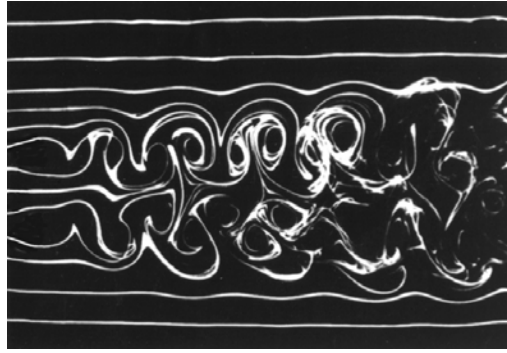
(gomolygó)

**lamináris áramlás**

(réteges)

→

→

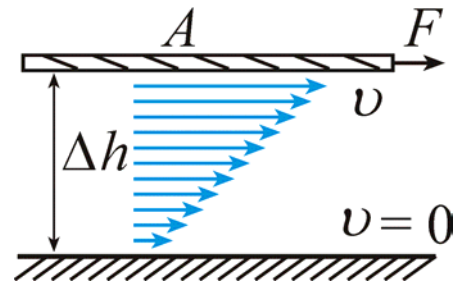


**Newton-féle súrlódási törvény:**

$$F = \eta A \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

$\Delta v / \Delta h$  a sebességesés

$\eta$ [Pas] **belső súrlódási együttható** vagy **viszkozitás**



Néhány anyag viszkozitása normál állapotban mérve:

anyag	viszkozitás [Pas]
levegő	$10^{-5}$
<b>víz</b>	<b><math>10^{-3}</math></b>
méz	$10^1$
bitumen	$10^8$
üveg	$10^{40}$

Érvényesség: **newtoni folyadék**

**nem newtoni folyadék**

(Pl. a **vér** viszkozitásának változása)

Alkalmazások pl.:

véráramlás

(lásd a 2. szemeszterben).

