A biostatisztika és informatika szerepe a mindennapi orvosi gyakorlatban

Az orvostudomány **célja** (*belgyógyászat tankönyvből*):

- a betegségek megelőzése,
- a betegek meggyógyítása

Diagnosztika, a betegségek felismerésének **tudományos** módszertana.
Terápia

Segédtudományok: pl. anatómia, élettan, fizika, kémia, biológia; *valamint a*

Biostatisztika és informatika alapjai

Orvosi tevékenység: döntések sorozata (jól kellene dönteni)
bizonyosságot szeretnénk
sok bizonytalanság

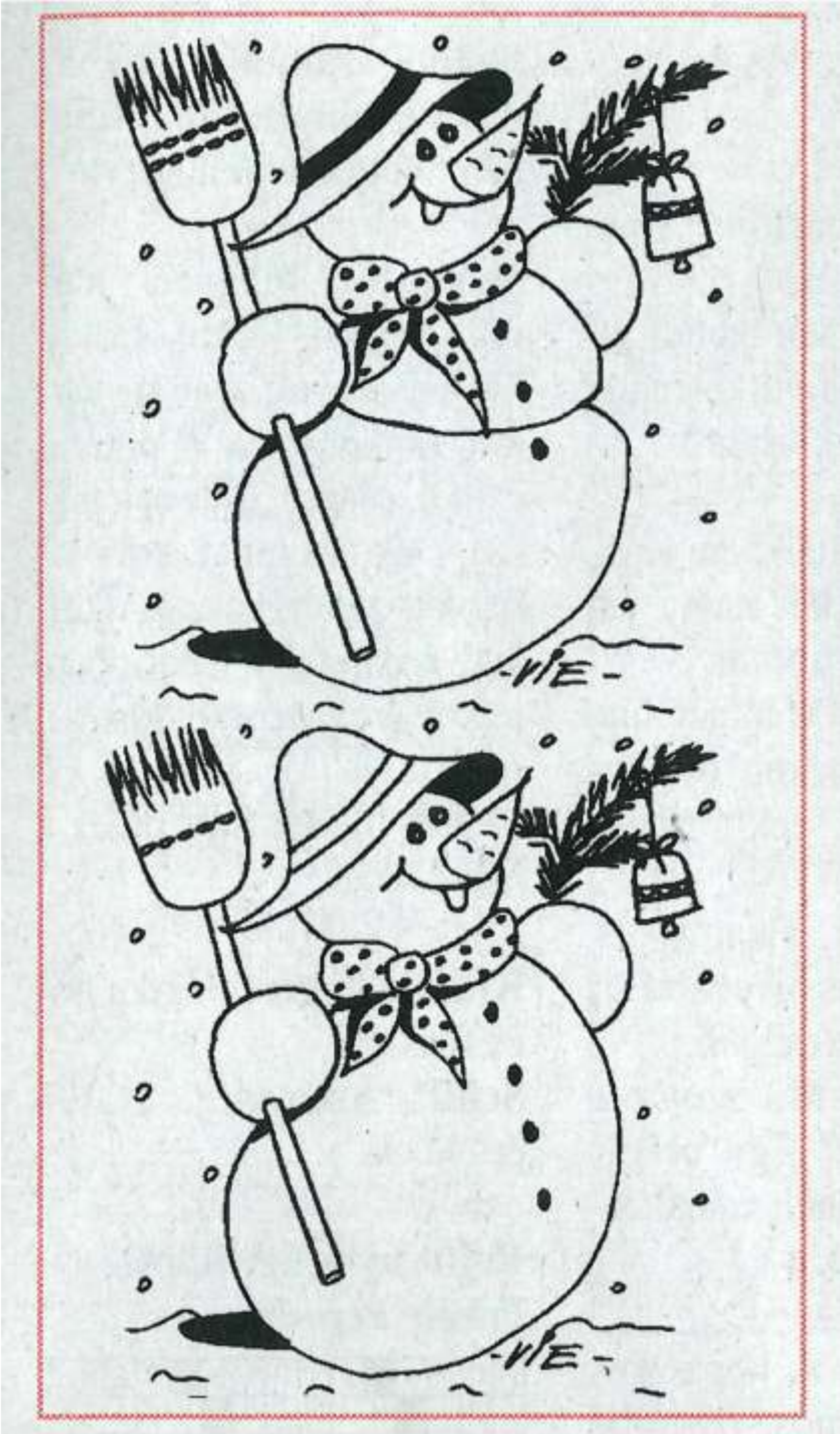
Általános tapasztalat:
könnyen vonunk le megalapozatlan következtetéseket. (whisky)

Legfőbb cél:

kvantitatív módon adjon iránymutatást arra nézve, hogy a körülöttünk levő világban

két vagy több **dolog** ***mennyire hasonlít, mennyire felel meg egymásnak,***

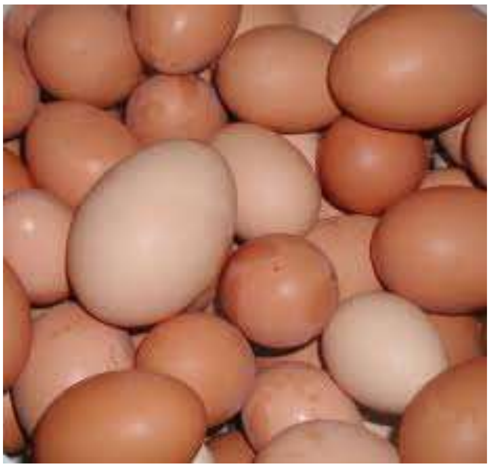
illetve mennyire különbözik egymástól.



Adatok: valakinek, vagy valaminek a megismeréséhez, jellemzéséhez hozzásegítő tények;
a környező világ **minőségi és mennyiségi** jellemzői

Jelek: az adatok közvetítői, az adatok leírására, közlésére, továbbítására szolgálnak

Teljes egyezőség: „Kovács József”
„ mint két tojás”



„elméleti” labda
gömb alakú
38 mm átmérőjű
matt fehér színű
2,5 g tömegű.

„gyakorlati” labda
igyekszik követni
ezeket az adatokat,
de hogy valójában
milyenre sikerült
csak
megfigyelésekkel,
mérésekkel
állapíthatjuk meg.

Honvédelmi Minisztérium Állami Egészségügyi Központ

1134 Budapest, Róbert Károly krt. 44. Tel.: 06-1-465-1800 Fax: 06-1-340-3129

Főigazgató:

Működési engedély száma:

Központi Laboratóriumi Diagnosztikai Osztály

Osztályvezető főorvos :

Laboratóriumi eredmények

Megnevezés	Érték	M.e.	Megjegyzés	Eltérés	Referencia értékek	
Klinikai kémia						
Glukóz	3,5	mmol/l			3,1	5,6
Karbamid	6,1	mmol/l			1,7	8,3
Kreatinin meghat.	75	µmol/l			44	80

Zuglói Egészségügyi Szolgálat
1148 Budapest, Örs Vezér tér 23.
Telefon: 469-4600

LABORATÓRIUMI LELET

Szakorvosi Rendelőintézet
Laboratórium

Labor vezető:

Lelet kelte:

Páciens neve:
TAJ szám: Nem:
Született: **Napi sorszám: 749** Beut. egység: **340092019** Azon.: 012101003
Anyja neve:

Kért vizsgálatok:		**Eredmény: mértékegység**	**Referencia érték:**
VÉRKÉP XT WBC		**10,71** 10'3/u	4,0 - 13,0
RBC vvt szám		**4,22** 10'6u	3,9 - 5,6
KARBAMID	+	**9,6** mmol/l	1,7 - 8,3
KREATININ	+	**113,0** umol/l	50,0 - 110,0

```
Semmelweis Egyetem ÁOK Központi Laboratórium
1083 Budapest, Korányi Sándor u. 2/a.
Intézetvezető:
Tel: 06 1 2100 278/1522,1457

              LABORATÓRIUMI EREDMÉNYKÖZLŐ LAP

Név              :
Születési idő :                                   Nem:
TAJ/azonosító :                    Rendelés sorszáma: 6037990
```

Vizsgálat	Eredmény		M.Egység	Ref.tart
VVt süllyedés	2		mm/h	1-20
Karbamid	6,7		mmol/l	2,5-8
Kreatinin	108	*	umol/l	62-106

Halmaz: tetszőleges természetű dolgoknak valamilyen módon egyértelműen jellemzett összessége. A halmazhoz tartozó dolgok a halmaz **elemei**. Általánosan: **változó**

Hova tartozik?
A kérdéses elem melyik halmazban található?
Rendszerezés, osztályozás, elkülönítés (görög példa)

Barkochba játék

Mi a hasonlóság a gyermekkocka játék és a diagnózis között?

Nem sok!

A probléma lényege:
nincs két ugyanolyan beteg
(vagy eset; ez a szép az orvostudományban),
de vannak nagyon hasonló tüneteket produkáló betegségek

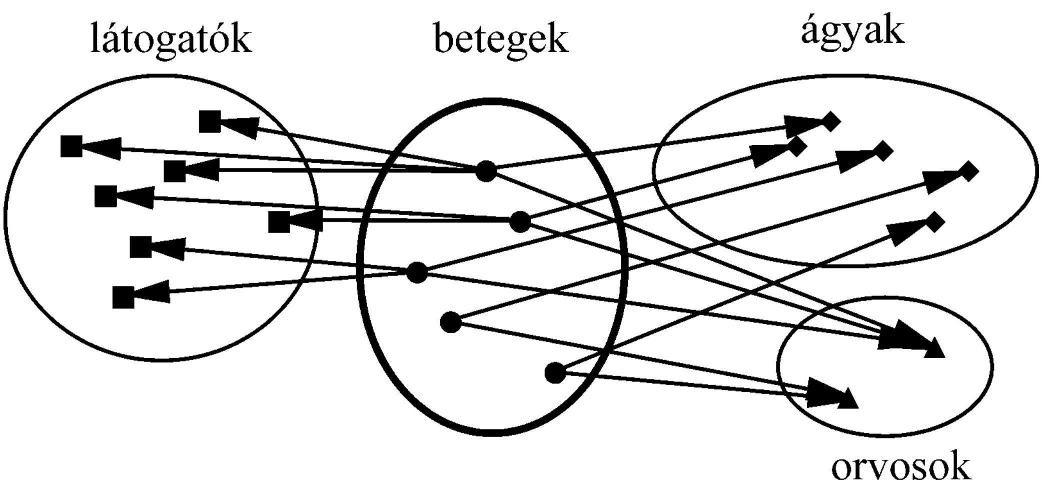
Ismereteink sohasem teljes körűek, így mindig lesznek olyan körülmények, amelyeket nem tudunk (vagy nem akarunk) figyelembe venni.

Ugyanolyan, ugyanaz (csak kivételes esetekben)
(nem léphetsz kétszer ugyanabba a folyóba)

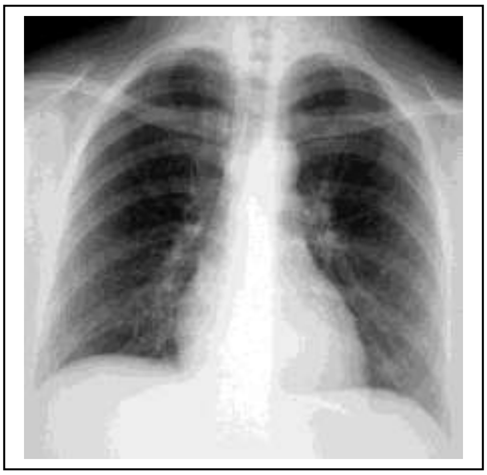
Ehelyett, többé vagy kevésbé **hasonló**
Épp az egyértelműség hiánya okozza a nehézségeket
Mindig vannak **számba nem vehető körülmények** is

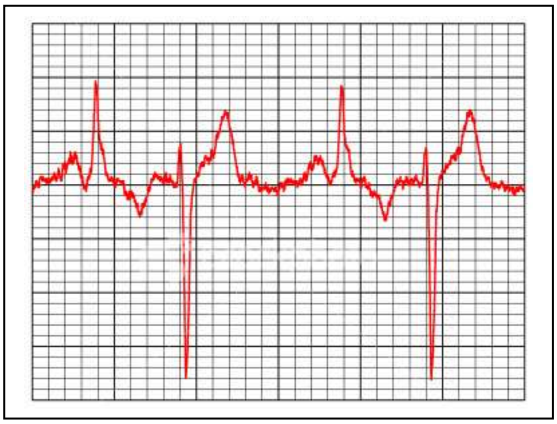
Mennyire hasonlít: megbízhatóság, bizonyosság (konfidencia)

Függvény (leképezés)
de a matematikában nem minden hozzárendelés függvény



térbeli, illetve időbeli **változások**, pl. fény, hang, valamilyen egyéb érzet, vagy egy „mérhető” mennyiség változásai





A „változás” szerepe elméletben és gyakorlatban

A függvény „legfontosabb” tulajdonsága a **változás**

Hogyan változik? Mennyire változik?
Nő vagy csökken; gyorsan vagy lassan

Legegyszerűbb a lineáris függvény: $y = ax + b$
(hacsak tehetjük, ilyet használunk)

Néhány további fontos függvény

1. Exponenciális függvény

$$y = b\,2^{a\,x}$$

2. Logaritmikus függvény

$$y = a \log_2 x + b$$

3. Hatványfüggvény

$$y = b\,x^{a}$$

Megjegyzések:

1. $\log_2 y = \log_2 b + a\,x\,\cancel{\overset{=1}{\log_2 2}}$

3. $\log_2 y = \log_2 b + a \log_2 x$

Mindhárom esetben lineáris függvényt kapunk.

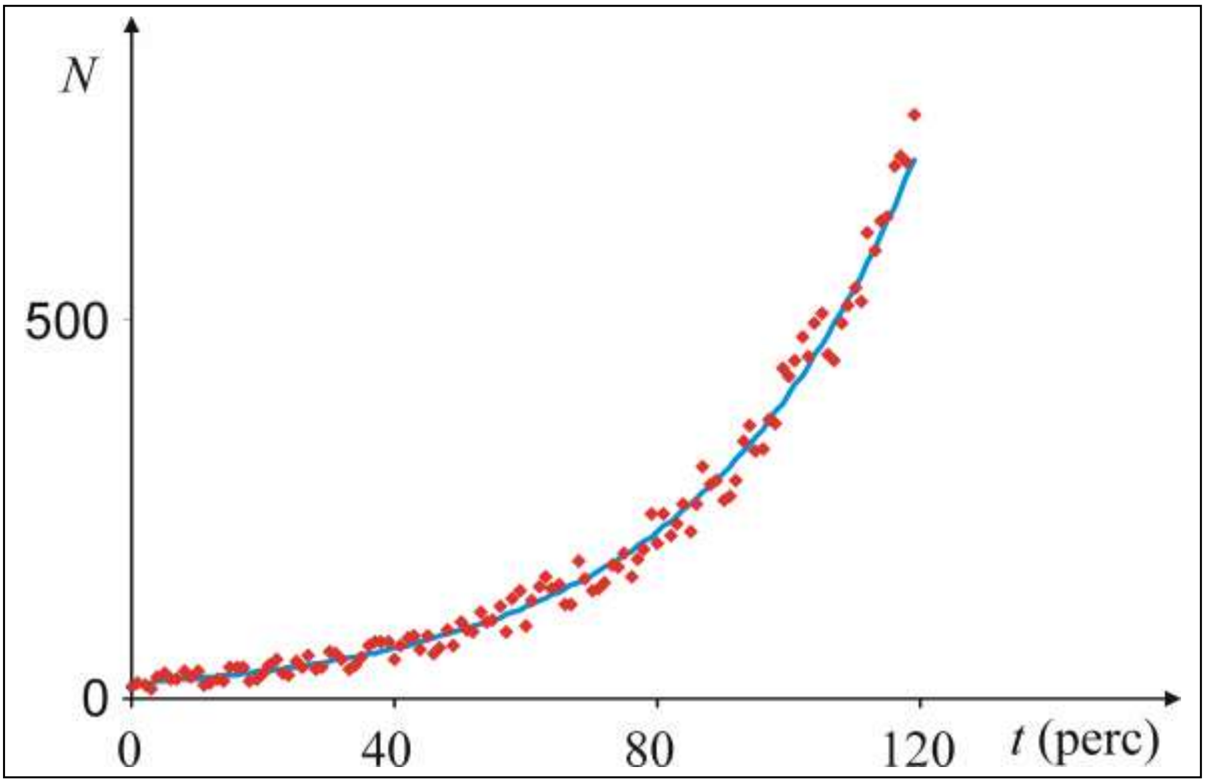
A változások determinisztikus (számba vehető körülmények által meghatározott) és sztochasztikus része (számba nem vehető körülmények által meghatározott) mindig egyszerre fordul elő.

Pl. egy baktérium populáció szaporodása

Elmélet (modell)

$$N(t) = N_0 2^{\frac{t}{T}}$$

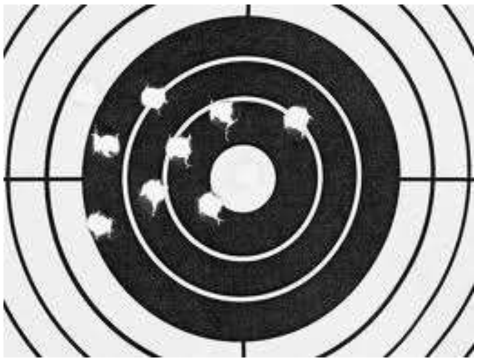
Gyakorlat (meg kell mérni)



A mérésből mindig származnak bizonytalanságok,
de azt a mért mennyiség sajátosságai is okozhatják.

Statisztikus törvényszerűség

Mindig vannak számba nem vehető körülmények is (céltábla)



Modelljeit a valószínűségszámítás szolgáltatja

Alapfogalmak:

Jelenség: minden, ami *lényegében azonos feltételek mellett* megismétlődhet, amivel kapcsolatban megfigyeléseket lehet végezni, lehet vele „kísérletezni”.

Megfigyelés, „kísérlet”: megadjuk, hogy a jelenséggel kapcsolatban mire vagyunk kíváncsiak, illetve, hogy azt hogyan érzékeljük vagy hogyan mérjük.

Esemény: egy állítás, ami vagy bekövetkezik, vagy nem.

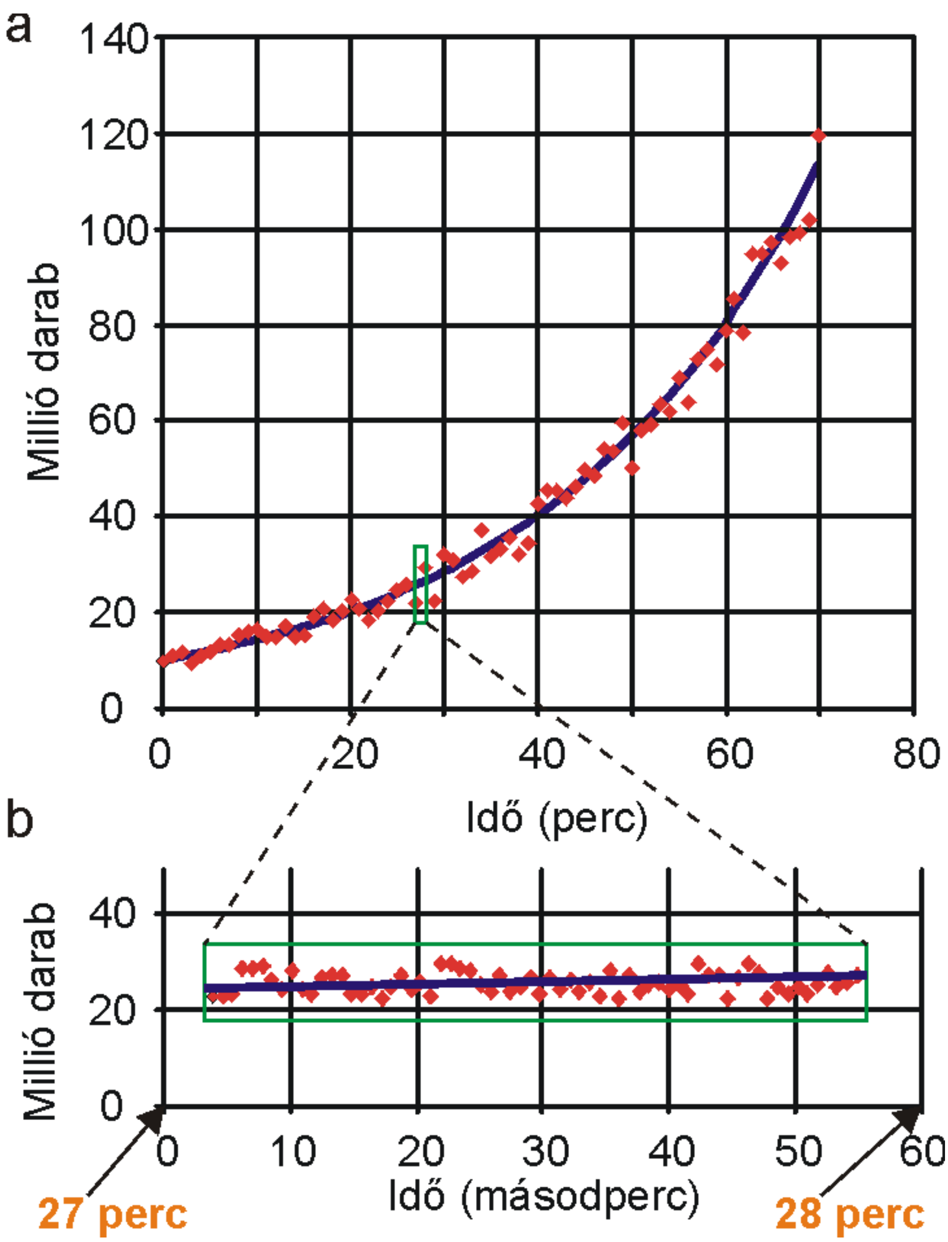
	példák			
Jelenség	orvosi vizsgálat	pénzfeldobás (1)	várakozás a buszra	pénzfeldobás (2)
Megfigyelés	a beteg bőrének színe	az érme repülési ideje	a várakozók száma	az érme melyik oldalára esik
Esemény	sárga	0,5 és 1,5 s között van	tíz	fej

Ha gyakrabban következik be, akkor valószínűbb.

A baktérium kolónia szaporodása elméletben, a megfelelő determinisztikus matematikai modell szerint (kék görbe) és gyakorlatban, a mérések alapján (piros szimbólumok).

Elmélet (modell) **Gyakorlat** (meg kell mérni)

$$N(t) = N_0 2^{\frac{t}{T}}$$



A változások determinisztikus és statisztikus része mindig **egyszerre** fordul elő.

Van-e mód a szétválasztásukra?

Első közelítésben a statisztikai tevékenységeket négy csoportba sorolhatjuk, de ezek között nincs éles határ:

1. adatgyűjtés,
2. az adatok áttekinthetővé tétele,

ehhez nincs szükség a valószínűség fogalmára:

leíró statisztika

3. az adatok elemzése,
4. következtetések

a valószínűségszámítás alapjai nélkül nem nagyon érthető:

induktív statisztika

1. adatgyűjtés (később visszatérünk erre is)

az adatgyűjtés valamilyen **cél** eléréséhez szükséges

az adatok
egy része ismert, csak meg kell kérdezni valakitől,
másik részét csak meg kell figyelni, egy
harmadikat meg kell mérni valahogy (orvosi vizsgálat)

2. az adatok áttekinthetővé tétele

A mindennapi életben is gyakran előfordul, hogy egy probléma kapcsán viszonylag sok adat áll rendelkezésünkre.
Ilyen esetekben szükséges, hogy az adatokról valamilyen áttekintésünk legyen.

2/a táblázat

Kórokozó	***Betegség***	**abszolút gyakoriság**		**relatív gyakoriság**		**feltételes relatív gyakoriság**	
baktérium	Salmonellosis (szalmonella fertőzés)	94	208	0,280	0,619	0,452	1,000
	Scarlatina (skarlát)	102		0,303		0,490	
	egyéb bakteriális eredetű	12		0,036		0,058	
vírus	Hepatitis infectiosa (fertőző májgyulladás)	22	126	0,065	0,375	0,175	1,000
	Mononucleosis infectiosa	22		0,065		0,175	
	Lyssa (veszettség)	74		0,220		0,587	
	egyéb vírusos eredetű	8		0,025		0,063	
egyéb	egyéb fertőző betegségek	2	2	0,006	0,006	1,000	1,000
összesen		336	336	1,000	1,000		

abszolút gyakoriságok

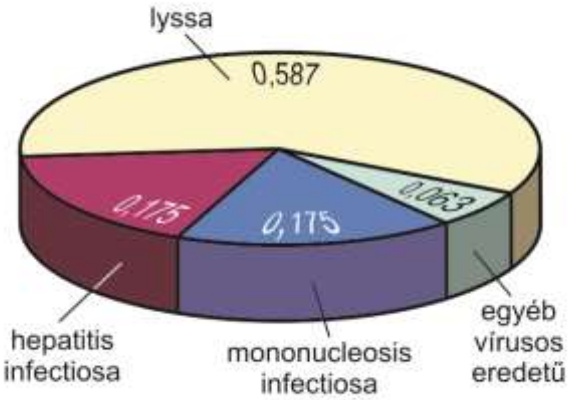
relatív gyakoriságok

hányados, ezért nemcsak azt kell tisztázni, hogy minek a relatív gyakoriságáról beszélünk, hanem azt is, hogy mihez viszonyítunk

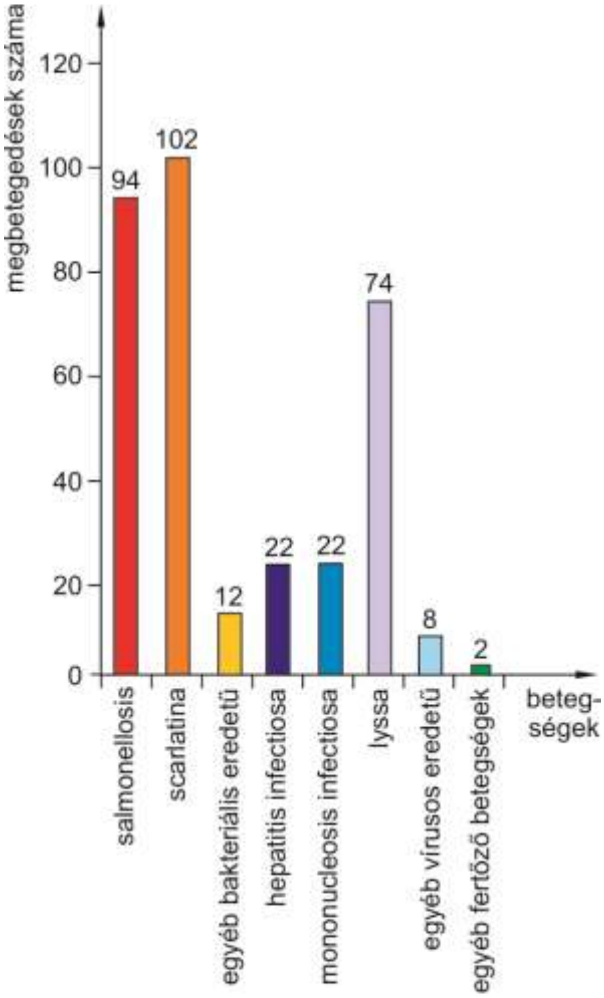
feltételes relatív gyakoriságok

a különbség csupán annyi, hogy itt szűkebb összességhez viszonyított relatív gyakoriságról van szó

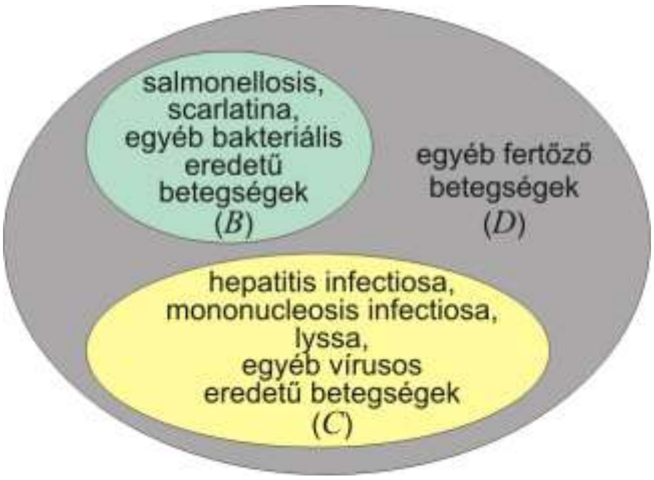
2/b grafikon



torta diagram



oszlop diagram



A táblázatban szereplő fertőző betegségek, mint **részhalmazok**

$$B \cup C \cup D = A$$

$$B \cap C \cap D = \emptyset$$

A halmazok és az események megfeleltethetők egymásnak

A vírusos eredetű megbetegedés, mint esemény

	példa
Jelenség	orvosi vizsgálat
Megfigyelés	a fertőző betegség eredete
Esemény (C)	vírusos eredetű

Összegzési (I) és szorzási (II) szabályok

Feladat:

Egyetemünkön a tavalyi vizsgákon az elégtelen osztályzatok relatív gyakorisága 0,15, a sikeres vizsgák között a jelesek relatív gyakorisága 0,2 volt. Az összes vizsgajegy között mennyi volt a jeles relatív gyakorisága?

$$1.\quad \overset{0,15}{\frac{\text{elégtelenek száma}}{\text{összes hallgató száma}}} + \overset{0,85}{\frac{\text{sikeres vizsgák száma}}{\text{összes hallgató száma}}} = 1$$

$$\downarrow$$

$$2.\quad \overset{0,2}{\frac{\text{jelesek száma}}{\cancel{\text{sikeres vizsgák száma}}}} \cdot \overset{0,85}{\frac{\cancel{\text{sikeres vizsgák száma}}}{\text{összes hallgató száma}}} = \overset{0,17}{\frac{\text{jelesek száma}}{\text{összes hallgató száma}}}$$

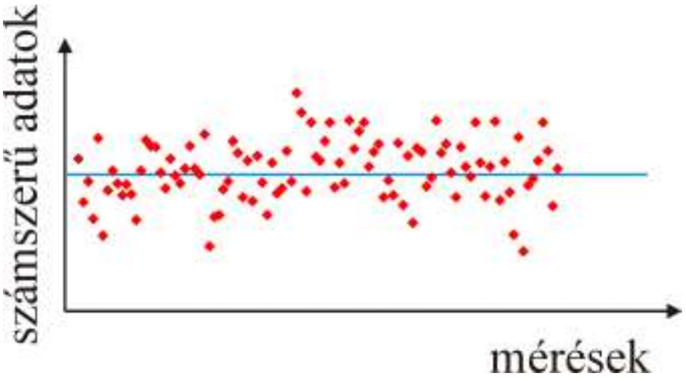
(I)
az abszolút gyakoriságok mindig összeadhatók

a relatív gyakoriságok is összeadhatók abban az esetben, ha ugyanahhoz az összességhez viszonyítjuk őket

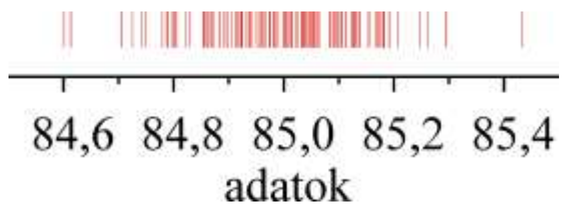
(II)
a feltételes relatív gyakoriság és a (feltétel nélküli) relatív gyakoriság a fentiek szerint összeszorozható

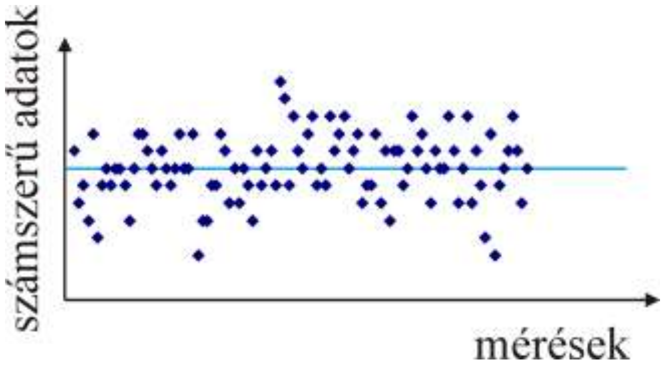
Számszerű adatok jellemzői

Kiindulásképpen tegyük fel, hogy egyelőre csak olyan adatokat vizsgálunk, ahol nincs determinisztikus változás. (100 adat)

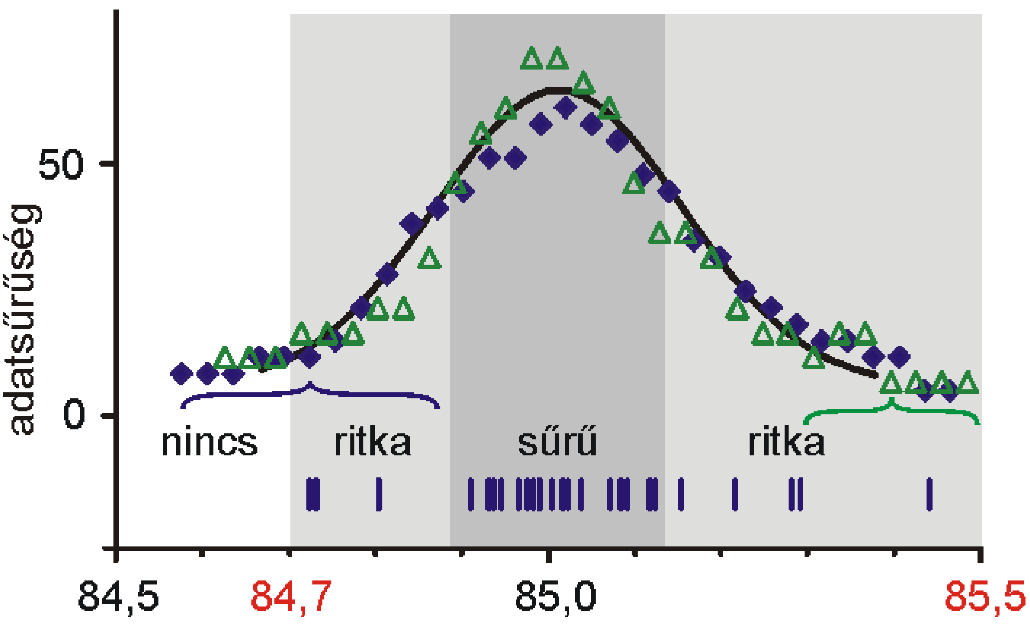


„folytonos” eset
„soha sincs”
két azonos adat
(a sorrend nem számít)

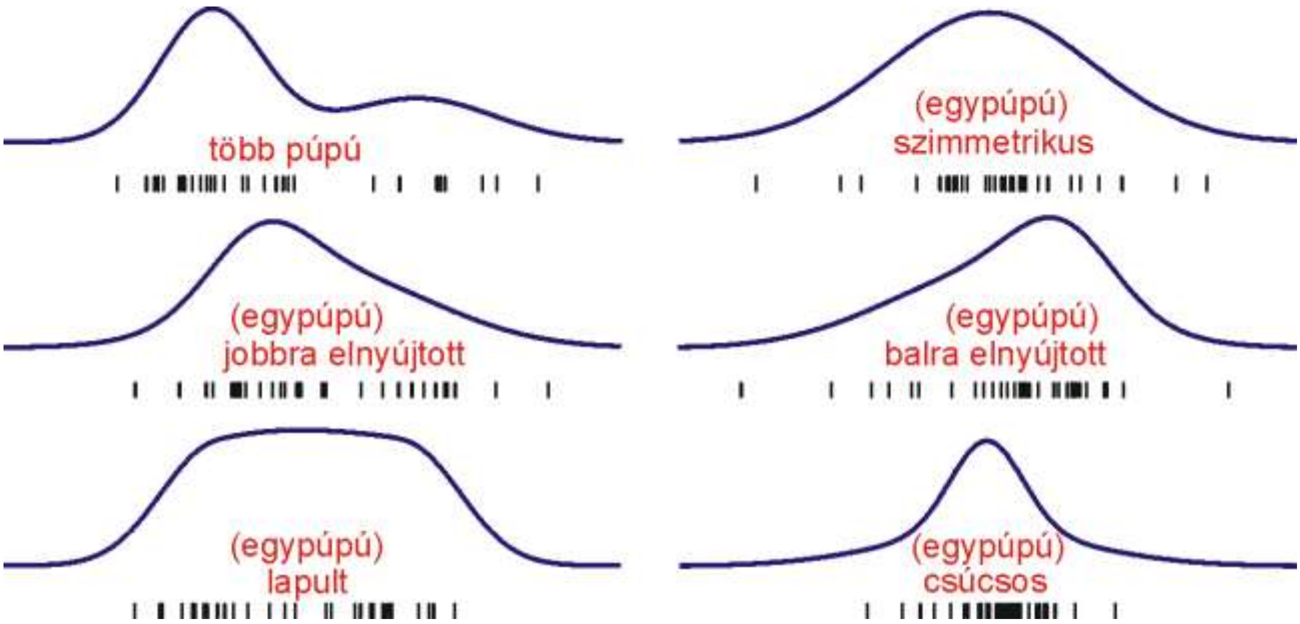




diszkrét eset
meg kell adnunk a
gyakoriságokat is

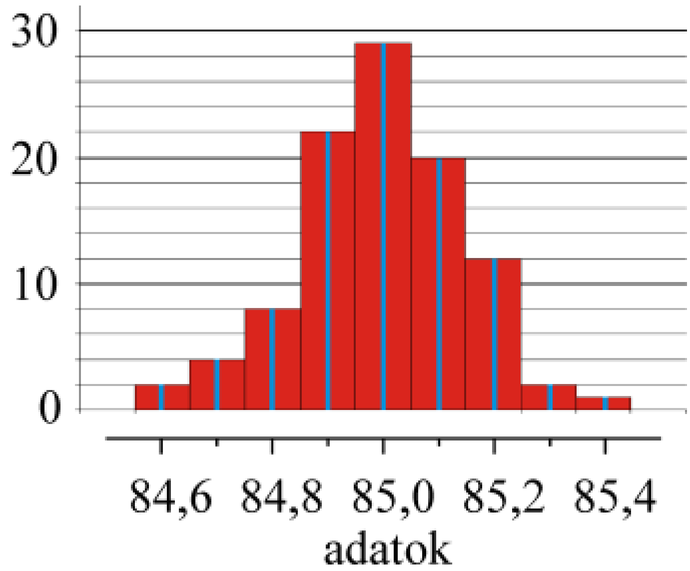


Adatsűrűség jellemzése, jellegzetes típusok



Gyakorisági eloszlás

A diszkrét esetben egyértelmű.
A folytonos esetben alakja függ az intervallumok, más néven az **osztályok** megválasztásától (de általában nem nagyon).



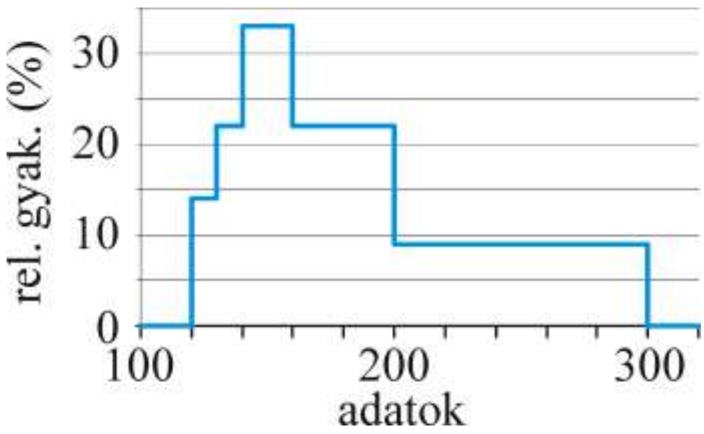
A jobb összehasonlíthatóság kedvéért sokszor a relatív gyakoriságokat adjuk meg.

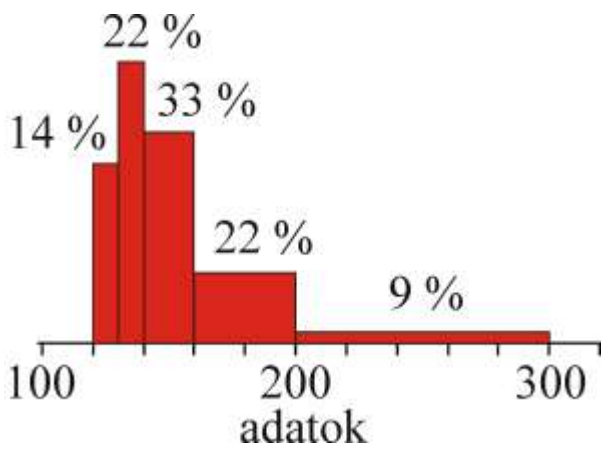
Hogyan járjunk el akkor, amikor nem ismerünk minden adatot?

Pl. Fizetési kimutatás (Ft):

120 és < 130 ezer között	124	14%
130 és < 140 ezer között	195	22%
140 és < 160 ezer között	293	33%
160 és < 200 ezer között	195	22%
200 és 300 ezer között	80	9%
összesen	887	100%

Hogyan szemléltessük?





Hisztogram

az oszlopok területe adja meg a relatív gyakoriságokat.
A teljes terület 100 %, vagyis 1.

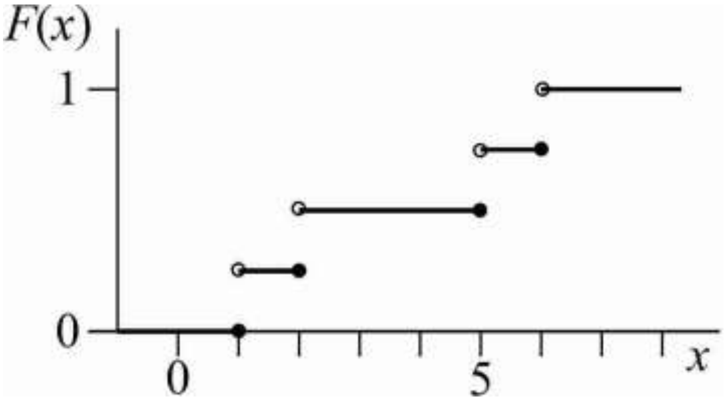
Amennyiben az oszlopok egyforma szélesek,
– tehát egyenközű osztályszélességek esetén –
a két ábrázolás azonos.

Eloszlásfüggvény

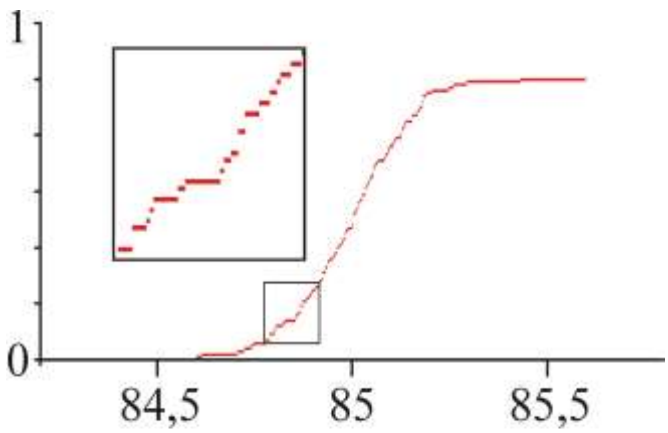
Az $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ adatrendszer F eloszlásfüggvénye:

$$F(x) = \frac{\text{az } x - \text{nél kisebb adatok darabszáma}}{n}$$

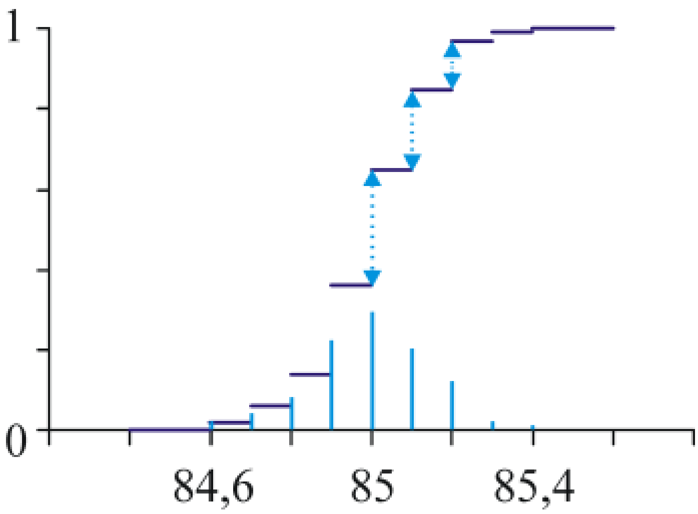
Pl. (1) [1, 2, 5, 6]



Pl. (2) A korábbi 100 adat folytonos esetben.



Pl. (3) A korábbi 100 adat diszkrét esetben.



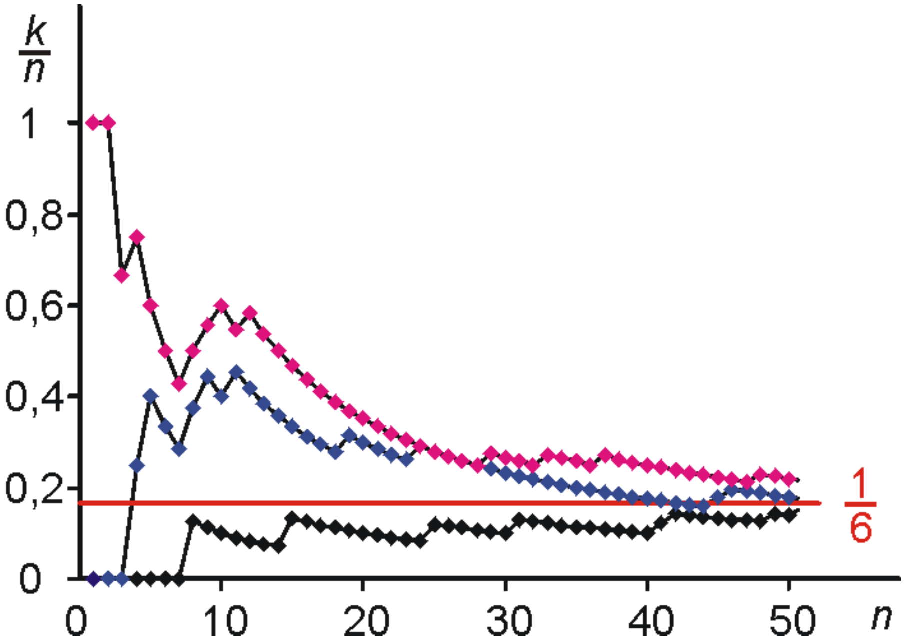
Az oszlopok a relatív gyakoriságokat mutatják. Ezeket egymás után összeadva megkapjuk az eloszlásfüggvény megfelelő értékeit. Az állítás megfordítása is igaz. Az eloszlásfüggvény különbségei a relatív gyakoriságokat adják meg.

A valószínűségszámítás elemei

Kísérletsorozatban az esemény relatív gyakorisága:
k/*n*, ahol *k* az esemény bekövetkezésének abszolút gyakorisága,
n a kísérletek száma.

Pl. Jelenség: kockadobás

Megfigyelés: hányast dobunk
Esemény: 6-ost dobunk



A **nagy számok** (relatív gyakoriságokra vonatkozó) tapasztalati **törvénye:**

n növekedtével *k*/*n* stabilizálódik valamilyen érték körül. Ez a szám nem függ az aktuális kísérletsorozattól.

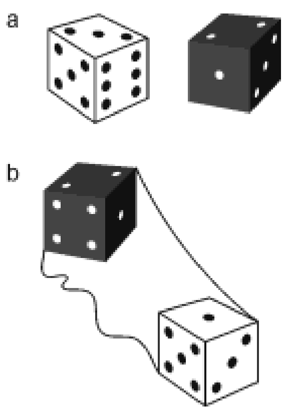
(Logikai úton bizonyítani nem lehet) (Karl Pearson 1857-1936)
Az eseményhez egy számot rendelhetünk: **valószínűség**

A valószínűség tulajdonságai:

1. Egy A esemény valószínűsége, $[P(A)]$ mindig $0 \le P(A) \le 1$.
2. A biztos esemény valószínűsége, $P(biztos) = 1$
3. Egymást kizáró események ($A \cap B = \emptyset$) egyesítésének valószínűsége: $P(A \cup B) \equiv P(A+B) = P(A) + P(B)$.

Függetlenség

1000 dobás



a

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	30	25	30	29	28	25
⚁	24	27	31	27	24	27
⚂	28	30	39	32	24	29
⚃	28	28	22	26	27	33
⚄	27	24	26	21	31	27
⚅	30	25	32	30	29	25

b

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	40	41	46	12	9	21
⚁	51	38	37	13	22	15
⚂	42	49	52	8	20	17
⚃	8	10	15	36	52	44
⚄	11	16	9	45	39	35
⚅	10	17	8	43	41	28

Feltételes valószínűség

Annak a valószínűsége, hogy a „fekete kockán 1 a dobott érték” (A esemény)
ha a „fehér kockán 1 a dobott érték” (B esemény)
$P(A|B)$: az A esemény B eseményre vonatkoztatott feltételes valószínűsége.

Ha $P(A|B) = P(A)$ akkor A esemény a B-től **független.**

Ha $P(A \cap B) \equiv P(AB)$ annak a valószínűsége, hogy A és B is bekövetkezik, akkor

$$P(A|B)\,P(B) = P(A \cap B) \qquad \text{(szorzási szabály)}$$

Függetlenség másképpen: $P(A)P(B) = P(A \cap B)$.

Feladat

Független-e az a két esemény, ha egy (ideális) kockával egyet dobunk, hogy az eredmény 3-nál kisebb (*A* esemény), illetve, hogy páros (*B* esemény)?

Nézzük meg, hogy annak a valószínűsége, hogy az *A* esemény és *B* esemény is bekövetkezik ugyanakkora-e, mint a két esemény külön-külön vett valószínűségeinek szorzata?

Valószínűségi változó

Egy jelenséggel kapcsolatban kvantitatív dolgot figyelünk meg.

1. Megadjuk, hogy mit és hogyan „mérünk".
2. A valószínűségi változót az eloszlásával,
illetve, (ha vannak) annak paramétereivel jellemezzük.

Ezeket általában nem ismerjük.

Gyakorlatilag minden olyan megfigyelésen, tehát nem kizárólag absztrakción alapuló „változás", amihez számokat rendelhetünk, ilyen. Értéke számba nem vehető tényezőktől, tehát a „véletlentől" is függ.

Diszkrét valószínűségi változó jellemzése

Pl. kockadobás két kockával (függetlenek), 36 lehetséges dobás.

Legyen a valószínűségi változó $\xi = i + k$;
$i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ és $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, így
ξ 11 különböző értéket vehet föl:

a lehetséges kimenetelek: $x_j = 2$ -től 12 -ig.

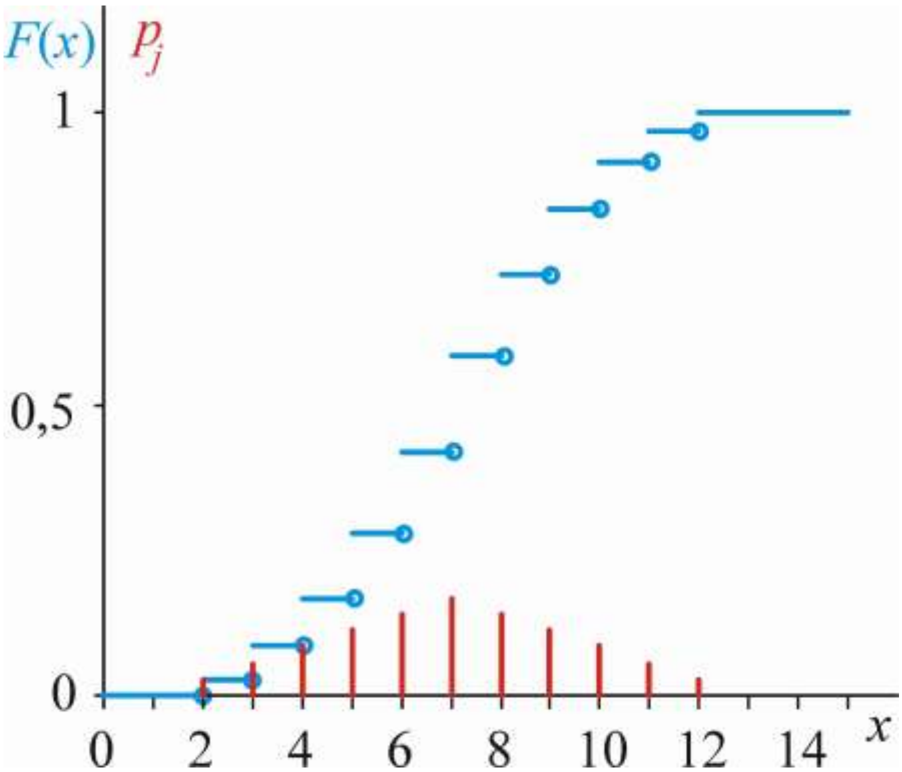
A dobás „eredménye" valamelyik lehetséges kimenetel.

Jellemzés:

Eloszlásfüggvénnyel [$F(x)$] és **Valószínűségekkel** [p_j]

$$F(x) = p(\xi < x) = \sum_{x_j < x} p(\xi = x_j)$$

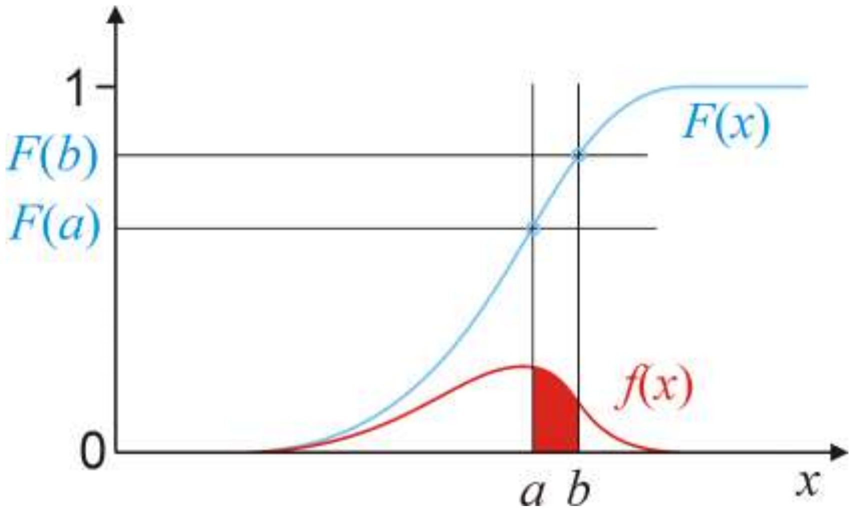
$$p_j = p(\xi = x_j)$$



x_j	p_j
2	1/36
3	2/36
4	3/36
5	4/36
6	5/36
7	6/36
8	5/36
9	4/36
10	3/36
11	2/36
12	1/36

Folytonos valószínűségi változó jellemzése

(Kumulatív)
Eloszlásfüggvénnyel [$F(x)$] és Sűrűségfüggvénnyel [$f(x)$]



$$F(b) - F(a) =$$
$$= p(a < \xi < b) =$$
$$= \int_a^b f(x)dx =$$
= [piros terület]

A **valószínűségi változóra** ill. annak eloszlására vonatkozó **számszerű jellemzők** (paraméterek)

Hol van az **eloszlás közepe**?

1a. **várható érték** [$M(\xi)$]

Diszkrét eset: $M(\xi) = \sum_i x_i p_i$

Folytonos eset: $M(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$

(kockadobás két kockával)

x_i	p_i	$x_i p_i$
2	1/36	2/36
3	2/36	6/36
4	3/36	12/36
5	4/36	20/36
6	5/36	30/36
7	6/36	42/36
8	5/36	40/36
9	4/36	36/36
10	3/36	30/36
11	2/36	22/36
12	1/36	12/36
		252/36 = 7

szemléltetése: tömegközéppont (súlypont) helyzete

Kevés adat esetén nem látszanak az **adatrendszer** jellegzetességei. Számszerű jellemzők (mindig meghatározhatók):

Hol van az n elemű adatrendszer **közepe**? (középértékek)

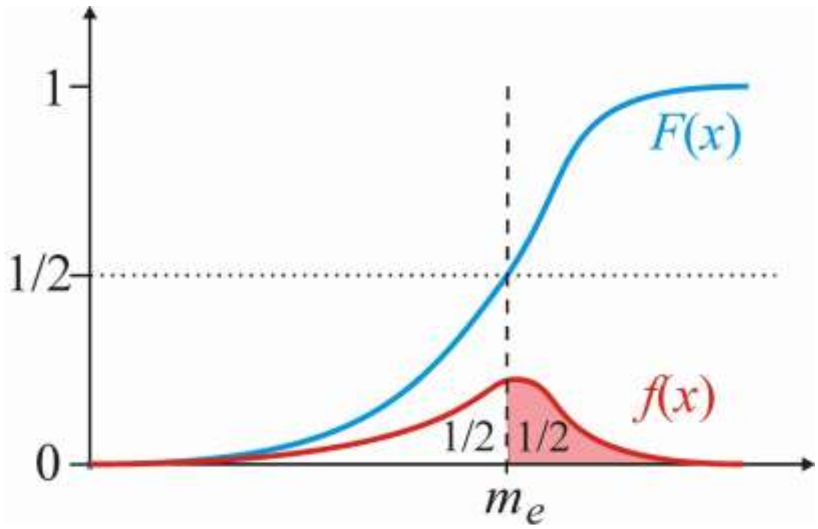
1b. az adatrendszer **átlaga** (számtani közép)

$$x_{\text{átlag}} = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{\sum_{j=1}^{m} w_j x_j}{\sum_{j=1}^{m} w_j}$$

Érzékeny a kiugró értékekre!

2a. **medián** (m_e)

$F(m_e) = 1/2$



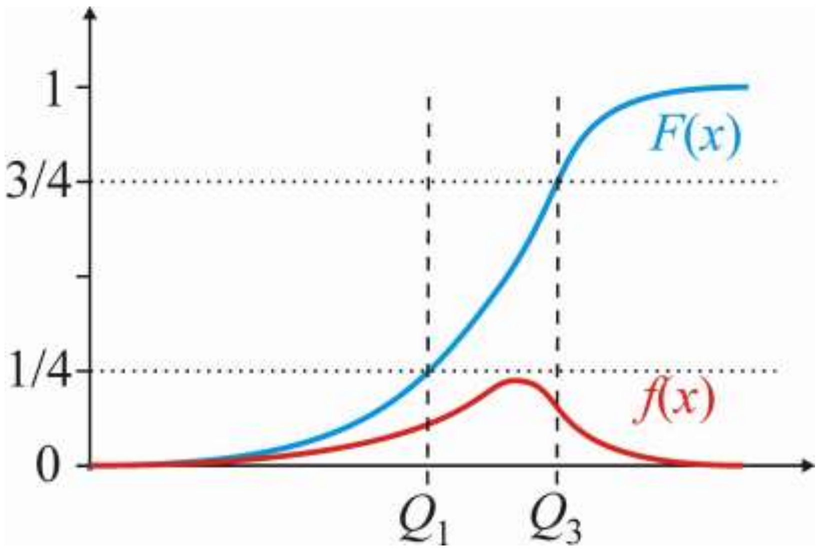
szemléltetése: két egyforma terület osztóértéke.

2b. az adatrendszer **mediánja** ($x_{\text{medián}}$)
nagyság szerint sorba rendezzük az adatokat és megkeressük a középsőt vagy középsőket

3a. **kvantilisek** (osztóértékek)
egyéb területarány osztóértékei (Q_1 alsó, Q_3 felső kvartilis)

$F(Q_1) = 1/4$

$F(Q_3) = 3/4$



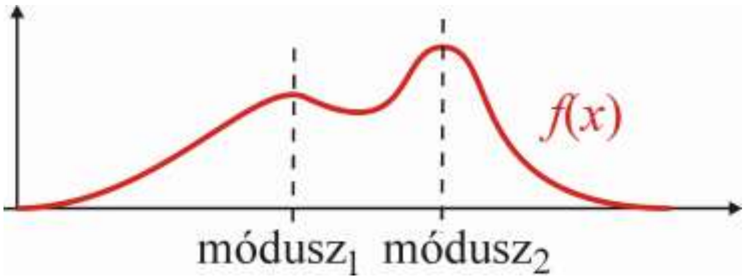
3b. adatrendszerre Pl. Mekkora jövedelem esetén tartozik valaki a felső „tízezer”-be?

Az adatokat először itt is nagyság szerint sorba rendezzük.
Pl. alsó kvartilis, középső kvartilis = medián, felső kvartilis

4a. **módusz(ok)**

a legvalószínűbb értéke(k),

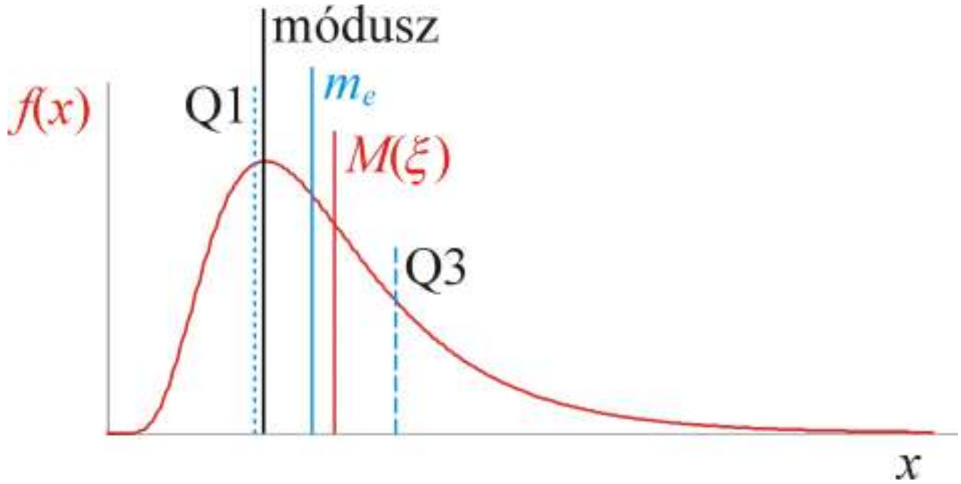
a sűrűségfüggvény lokális maximum értéke(i)



4b. ha az adatrendszerben vannak azonosak, akkor azt, amelyikből a legtöbb van az adatrendszer **móduszának** ($x_{\text{módusz}}$) nevezzük (ebből lehet több is) („mode" divatos)

Nem érzékenyek a kiugró értékekre!

A „közép" számszerű jellemzőinek egymáshoz való viszonya:



Milyen **széles** az eloszlás?

1. **variancia** (szórásnégyzet).

$$D^2(\xi) = M[(\xi - M(\xi))^2]$$

Az adatrendszer szóródásának jellemzői

0. a legnagyobb és a legkisebb elem eltérése az adatrendszer **terjedelme**

1. az adatrendszer átlagától vett négyzetes eltérések átlagát az adatrendszer **szórásnégyzetének** vagy **varianciájának** nevezzük,

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 .$$

az adatrendszer **szórását** pedig az

$$s_x=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$$ kifejezés adja meg

További jellemzők is megadhatók (ferdeségre, csúcsosságra).

A várható érték néhány tulajdonsága

$M(k\xi) = kM(\xi)$

$M(\xi + \eta) = M(\xi) + M(\eta)$

ha ξ és η független valószínűségi változók, akkor $M(\xi\eta) = M(\xi)M(\eta)$,

A variancia néhány tulajdonsága

$D^2(a\xi + b) = a^2D^2(\xi)$

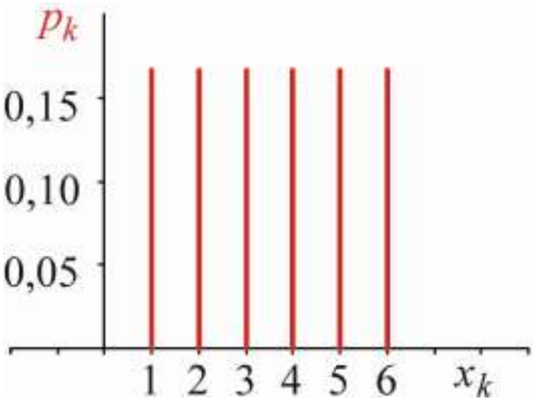
ha ξ és η független valószínűségi változók, akkor $D^2(\xi + \eta) = D^2(\xi) + D^2(\eta)$

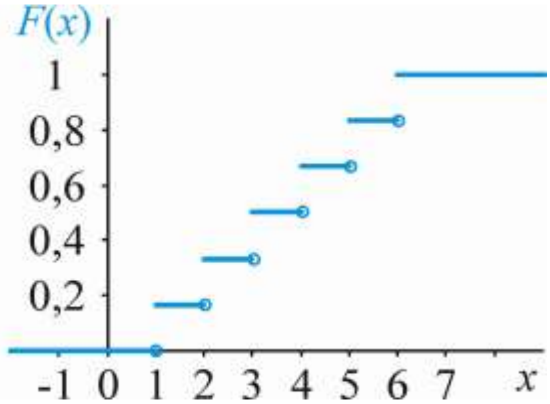
Nevezetes eloszlások (modellek)

1. Diszkrét eloszlások

Egyenletes eloszlás

Egy konkrét esetben:
Példa: dobókocka, az egyes dobások valószínűsége $p = 1/6$.
Lehetséges értékek 1, 2, 3, 4, 5, 6.





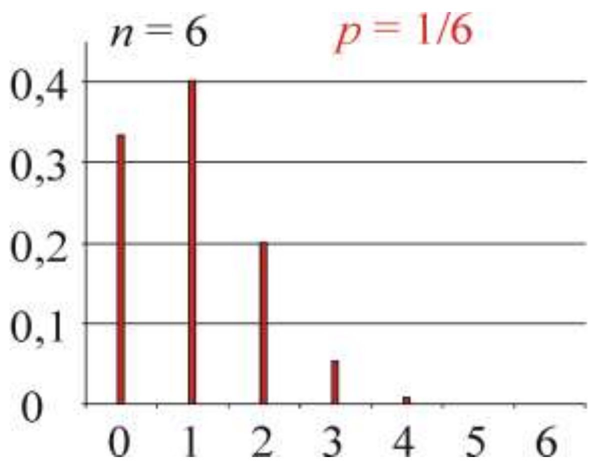
Binomiális eloszlás (Bernoulli-eloszlás)

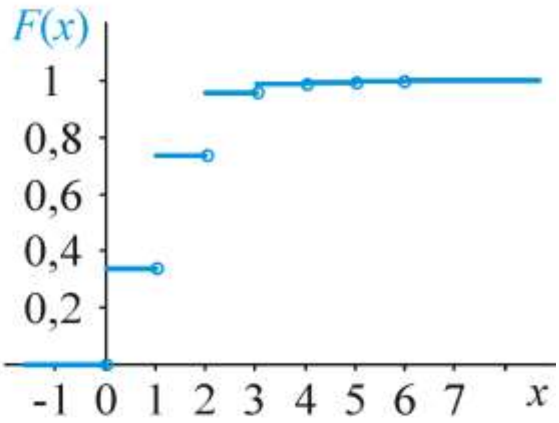
alternatíva p, $(1-p)$
n ismétlés $P(\xi = k) = B(n, k)$

Példa: dobókocka, 6 dobás, ($n = 6$)
Mi a valószínűsége annak, hogy $k = 0$-szor, 1-szer, 2-szer stb. dobok 6-ost? ($p = 1/6$)

k	P
0	0,33
1	0,4
2	0,2
3	0,05
4	0,008
5	0,0006
6	0,00002

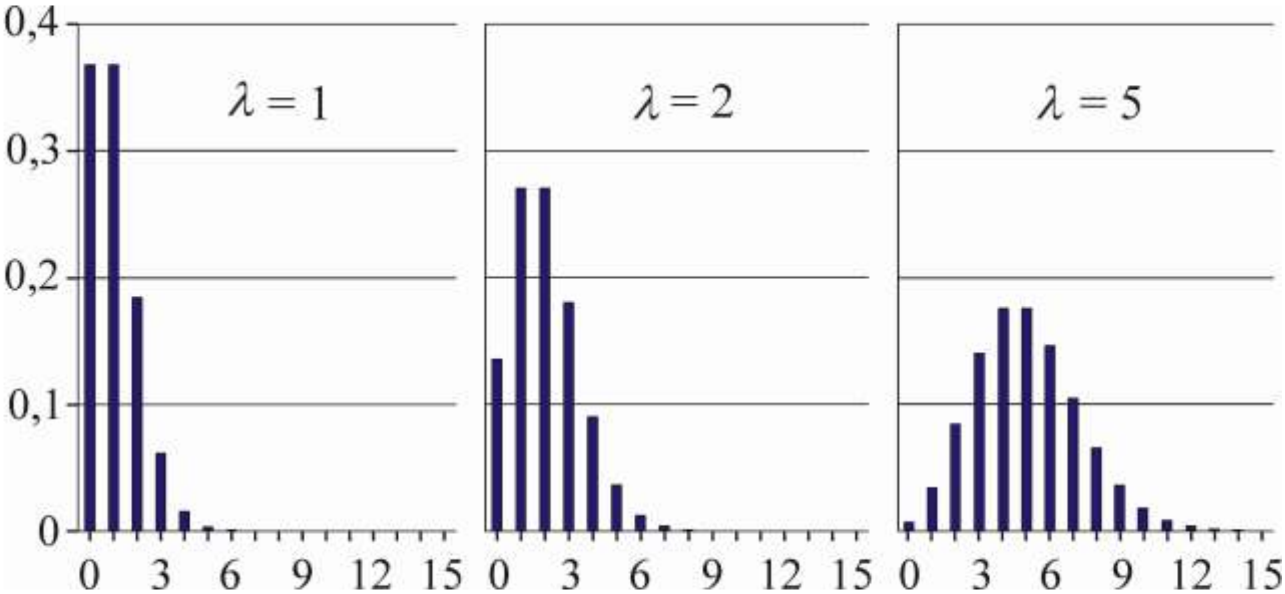
$M(\xi) = np$,
$D^2(\xi) = np(1-p)$





Poisson-eloszlás

$M(\xi) = \lambda$, $D^2(\xi) = \lambda$

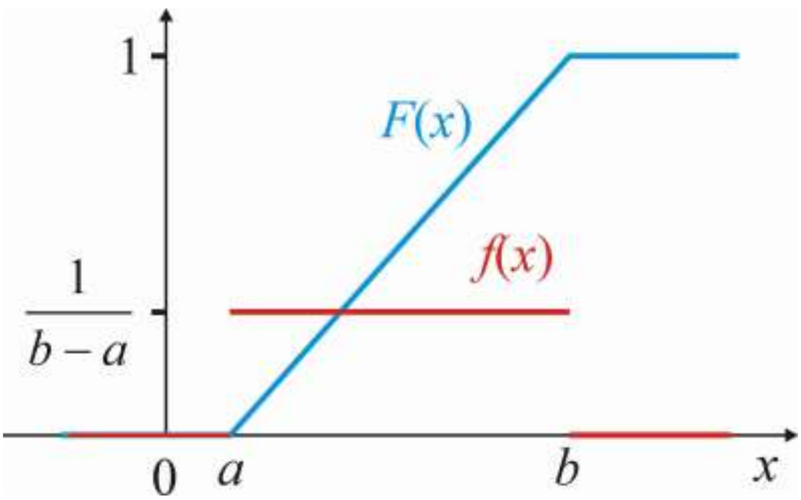


Példák:
Adott térfogatban lévő részecskék száma.
Radioaktív preparátumban adott idő alatt elbomló atomok száma.

2. Folytonos eloszlások

Egyenletes eloszlás

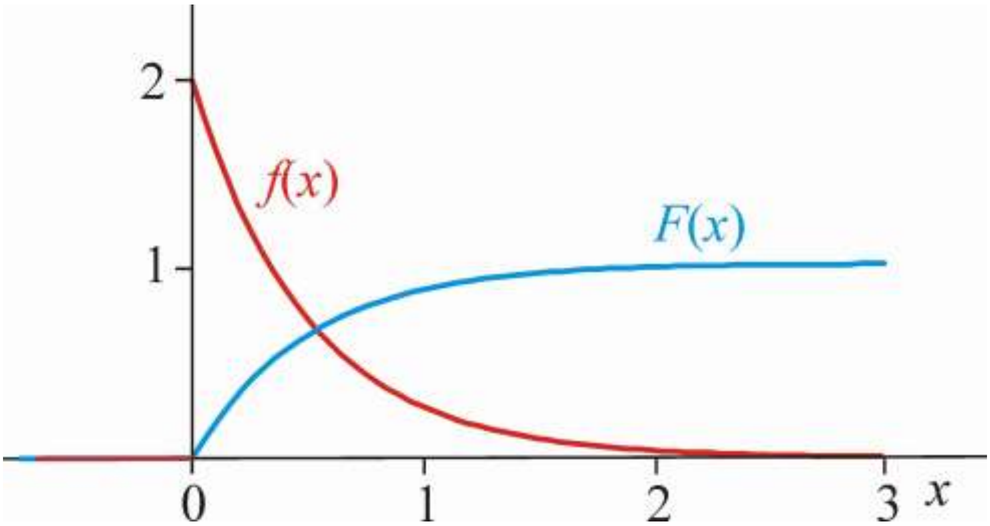
$M(\xi) = (a + b)/2$
$D^2(\xi) = (b - a)^2/12$



Példa: A teremben a levegő sűrűsége vagy hőmérséklete.

Exponenciális eloszlás

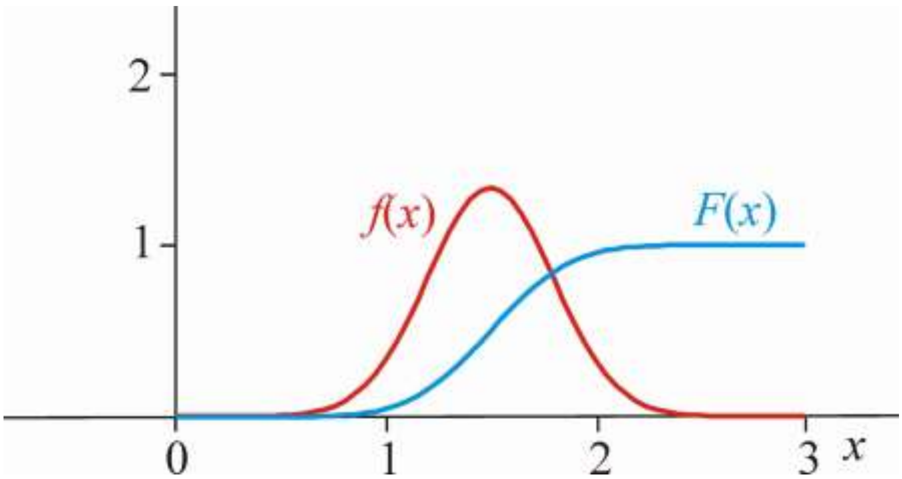
$M(\xi) = 1/\lambda$, $\qquad (\lambda = 2)$
$D^2(\xi) = 1/\lambda^2$



Példák: Radioaktív bomlás során az egyes atomok élettartama.
Egy adott berendezés működési ideje (az első hibáig).

Normális eloszlás (Gauss-eloszlás)

$M(\xi) = \mu$, $\qquad N(\mu;\sigma)$
$D^2(\xi) = \sigma^2$ $\qquad N(1,5;0,3)$



Példák:
Magyarországon a felnőtt férfiak testmagassága cm-ben $N(171;7)$
Iskoláskorú fiúk diasztolés vérnyomása Hgmm-ben: $N(58;8)$

Standard normális eloszlás

$M(\xi) = 0$
$D^2(\xi) = 1$

Transzformáció: x [N($\mu;\sigma$)] $\rightarrow$ z [N(0;1)] $z = \dfrac{x-\mu}{\sigma}$

Standard normális eloszlású változók (ξ_n) adott transzformáltjai eredményezik a χ^2-eloszlást és a t-eloszlást is.

Miért kitüntetett a normális eloszlás?

Centrális határeloszlás-tétel

Ha egy valószínűségi változó sok egymástól független kis hatás összegződéseként áll elő, akkor az jó közelítéssel normális eloszlású.

Ki lehet próbálni!